1 Переходное излучение

Переходное излучение возникает при (равномерном) движении заряда в электрически неоднородной среде. Наиболее яркий пример - пересечение границы раздела двух сред с проницаемостью $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$. Качественно: поля движущегося заряда в разных средах различны и при пересечении границы "не компенсируются а частично "срываются"с заряда в виде излучения.

Иллюстрация: свободный заряд и его изображение в идеальном зеркале (граница вакуум - металл) движутся навстречу и "останавливаются"в момент пересечения границы.

В отличие от эффекта Вавилова-Черенкова, это явление не пороговое и происходит при любых скоростях. Общее выражение для спектральной плотности излучения вперед в малый телесный угол при переходе из вакуума в среду ($\mu_1 = \mu_2 = 1\,; \varepsilon_1 = 1\,, \varepsilon_2 = \varepsilon(\omega)$ - вообще комплексное)

$$\frac{\mathrm{d}^2W}{\mathrm{d}\omega\mathrm{d}\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2 c}\frac{\beta^2\sin^2\theta\cos^2\theta}{(1-\beta^2\cos^2\theta)^2}\left|\frac{(\varepsilon-1)(1-\beta^2-\beta\sqrt{\varepsilon-\sin^2\theta})}{(\varepsilon\cos\theta+\sqrt{\varepsilon-\sin^2\theta})(1-\beta\sqrt{\varepsilon-\sin^2\theta})}\right|^2 , \qquad \theta \leq \frac{\pi}{2}\,.$$

Для $\theta > \frac{\pi}{2}$ нужное выражение получается заменой $\beta \to -\beta$.

Практический интерес представляет ультрарелятивистский случай $\gamma \gg 1$. При этом:

- (из общего выражения) излучение "вперед"$\gg$ излучения "назад"
- излучение вперед - в основном в рентгеновской области ω, где $\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} < 1$ - нет черенковского излучения; малы отражение, преломление, поглощение. Здесь $\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi n_e e^2}{m_e}}$ - плазменная частота.

N.B. Скорость распространения волны в среде (групповая скорость) $u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c}{d(n\omega)/d\omega}$ (k- волновой вектор; $n = \sqrt{\varepsilon}$). В частности, в пренебрежении дисперсией ($n = const$) $u = c/n$. В общем случае, как для $n > 1$, так и для $n < 1$, оказывается верно $u < c$.

При $\omega \gg \omega_p \qquad |\varepsilon - 1| \ll 1$ и малых (см. ниже) $\theta \approx \sin\theta$

$$\frac{\mathrm{d}^2W(RTR)}{\mathrm{d}\omega\mathrm{d}\Omega} = \frac{e^2\theta^2}{\pi^2 c}\left(\frac{1}{1-\beta^2+\theta^2} - \frac{1}{1-\beta^2+\theta^2+\frac{\omega_p^2}{\omega^2}}\right)^2 .$$

Качественно: 1-й член в скобках отвечает полю в вакууме, 2-ой - в среде.

Спектральная плотность в двух диапазонах:

(1) $\omega_p \ll \omega \ll \gamma\omega_p$:
максимум излучения при $\theta_{max} = 1/\gamma$,

$$\left.\frac{\mathrm{d}^2W}{\mathrm{d}\omega\mathrm{d}\Omega}\right|_{max} = \frac{e^2}{4\pi^2 c}\gamma^2\,;$$

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}\omega} = \int\limits_0^{\infty} \frac{\mathrm{d}^2W}{\mathrm{d}\omega\mathrm{d}\Omega} 2\pi\sin\theta\mathrm{d}\theta = \frac{2e^2}{\pi c}\left(\ln\frac{\gamma\omega_p}{\omega} - 1\right)$$

(2) $\omega \gg \gamma\omega_p$:
$\theta_{max} = 1/(\sqrt{3}\gamma)$,

$$\left.\frac{\mathrm{d}^2W}{\mathrm{d}\omega\mathrm{d}\Omega}\right|_{max} = \frac{e^2}{\pi^2 c}\frac{27}{256}\gamma^2\left(\frac{\gamma\omega_p}{\omega}\right)^4\,;$$

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}\omega} = \frac{e^2}{6\pi c}\left(\frac{\gamma\omega_p}{\omega}\right)^4\,.$$

Полная энергия во всех диапазонах

$$W = \int\int \frac{\mathrm{d}^2W}{\mathrm{d}\omega\mathrm{d}\Omega}\mathrm{d}\omega\mathrm{d}\Omega = \frac{e^2}{3c}\gamma\omega_p \quad \propto \gamma \quad -$$

главным образом за счет ужесточения спектра.

Оценка числа жестких γ-квантов (в области $\omega_{min} \gtrsim \omega_p$ применимости "плазменного"выражения для ε)

$$N_\gamma = \int\limits_{\omega_{min}}^{\infty} \int\limits_0^{\theta_{max}} \frac{\mathrm{d}^2W}{\mathrm{d}\omega\mathrm{d}\Omega}\frac{1}{\hbar\omega}\mathrm{d}\omega\mathrm{d}\Omega = \frac{e^2}{\pi\hbar c}\ln^2\gamma = \frac{\alpha}{\pi}\ln^2\gamma$$

(пренебрегая $\ln(\omega_{min}/\omega_p)$ и $\ln\theta_{max}$ по сравнению с $\ln\gamma$).

Замечания:

- Все то же оказывается верным для РПИ вперед при переходе "среда - вакуум".
- Если вместо вакуума - газ с $\omega_p^G(\ll \omega_p)$, то зависимость $\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}\omega}$ меняется:

$$\ln\left(\frac{\omega_p\gamma}{\omega}\right) \xrightarrow{\omega\gtrsim\gamma\omega_p^G} \ln\frac{\omega_p}{\omega_p^G} = \mathrm{const}(\gamma)\,,$$

  или выход излучения (на данной частоте) насыщается с ростом энергии при $\gamma \gtrsim \gamma_{\mathrm{sat}} = \omega/\omega_p^G$.

Т.о., на одну границу раздела излучается $\sim \alpha$ рентгеновских фотонов. Для практического детектирования излучения необходимо пересечение многих границ, т.е. замена двух полубесконечных сред на слои конечной толщины.

1.1 Длина формирования излучения

Рассмотрим источник, движущийся со скоростью $\vec{v}$ и излучающий на частоте ω в направлении $\vec{k}$ под углом θ к $\vec{v}$. Пусть в момент $t = 0$ источник находится в точке A и фаза волны равна φ_A^k. В момент t источник будет находится в точке B на расстоянии $|AB| = L = vt$ и излучать с фазой $\varphi_1 = \varphi_A^k + \omega t$. Фаза волны, испущенной из A, на фронте, проходящем через B, равна $\varphi_2 = \varphi_A^k + kL\cos\theta = \varphi_A^k + \frac{\omega n}{c} L\cos\theta$.

Определим длину формирования L_f как такое L, при котором фазы φ_2 и φ_1 отличаются на 2π:

$$|\varphi_2 - \varphi_1| = \left|\frac{\omega n}{c} L_f \cos\theta - \omega t\right| = \left|\frac{\omega n}{c} L_f \cos\theta - \omega \frac{L_f}{v}\right| = 2\pi\,,$$

откуда

$$L_f = \frac{2\pi v}{\omega} \frac{1}{1 - \beta n\cos\theta} = \frac{\lambda\beta n}{1 - \beta n\cos\theta}\,.$$

Отметим, что для черенковского угла $\theta_0 = \arccos(c/nv)$ волны вдоль всей траектории находятся в фазе, поэтому энергия излучения $\propto L$ и формально бесконечна при $L \to \infty$, в отличие от конечной энергии переходного излучения, локализованного на конечном участке траектории $\sim L_f$ вблизи резкой ($\Delta L \ll L_f$) границы.

Длина формирования в двух частных случаях:

- в вакууме при $\beta \to 1$, $\theta \ll 1$

$$L_f^v = \frac{2\lambda}{\theta^2 + \frac{1}{\gamma^2}} \overset{\theta\sim 1/\gamma}{\simeq} \lambda\gamma^2$$

- в среде в "плазменном"приближении при $\omega \gg \omega_p$

$$L_f^m = \frac{2\lambda}{\theta^2 + \frac{1}{\gamma^2} + \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \le L_f^v\,.$$

При $\omega \ll \gamma\omega_p$ $\qquad L_f^m \simeq \frac{4\pi c}{\omega_p^2}\omega \quad \propto \omega$;
максимальная длина (при $\omega \simeq \gamma\omega_p$)

$$L_f^m\Big|_{max} \simeq \frac{2\pi c}{\omega_p}\gamma\,.$$

Замечание: смысл понятия длины формирования выявляется при решении уравнений Максвелла для поля $\vec{E}$ движущегося в среде заряда. Это решение является суммой вынужденного решения - собственно поля заряда в среде $\vec{E}_q$ - и свободного поля излучения $\vec{E}_R$: $\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_R$. Выражение для полной энергии поля $\propto E^2$ наряду с членами E_q^2 и E_R^2 содержит интерференционный член $\vec{E}_q \vec{E}_R$. На достаточно большой длине $L \gtrsim L_f$ вклад этого быстро осциллирующего члена в среднем мал, так что полная энергия равна сумме энергий поля частицы и поля излучения. Другими словами, на длине формирования (или - эквивалентно - за *время формирования* $t_f = L_f/v$) излучение отделяется от поля, увлекаемого частицей.

1.2 Излучение от пластины, зазора, стопки пластин

- Пластина толщиной a:

$$\frac{\mathrm{d}^2 W_{plate}}{\mathrm{d}\omega \mathrm{d}\Omega} = \frac{\mathrm{d}^2 W_{surf}}{\mathrm{d}\omega \mathrm{d}\Omega} F_{plate} \,,$$

где $F_{plate} = 0 \div 4$ учитывает интерференцию излучений на 2-х границах.

При $a \gg L_f^m$ интерференционный член быстро осциллирует, суммарная интенсивность равна сумме интенсивностей от 2-х границ: $F = 2$. При $a \ll L_f^m$ "формфактор"F мал - излучение подавлено. Это может эффективно обрезать область частот излучения от пластины по сравнению с предельной частотой от поверхности $\simeq \gamma\omega_p$:

$$\omega < \min(\omega_0 = \gamma\omega_p \,, \, \omega_1 = \frac{a\omega_p^2}{2c} \equiv \gamma_1 \omega_p) \,, \qquad \gamma_1 = \frac{a\omega_p}{2c} \,.$$

Введенные величины $\gamma_1 = 2.5\omega_p[eV] \cdot a[\mu m]$, $\omega_1[keV] \simeq 10^4 \rho a[g/cm^2]$.

Вследствие этого обрезания полная энергия

$$W_{plate} = \int \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}\omega} \mathrm{d}\omega \quad \propto \alpha\, \omega_1 \ln \gamma \quad -$$

ср. с $W_{surf} \propto \alpha\, \omega_p \gamma$.

- Зазор толщиной b:
при $b \ll L_f^v \propto \gamma^2/\omega$ выход излучения насыщается с ростом γ:

$$\frac{\mathrm{d}W_{gap}}{\mathrm{d}\omega}(\gamma \to \infty) = \frac{\mathrm{d}W_{surf}}{\mathrm{d}\omega}(\gamma = \gamma_{sat})$$

с $\gamma_{sat} = 110\sqrt{\omega[keV] b[\mu m]}$.

- Стопка N пластин с зазорами.
При $a \gtrsim L_f^m$, $b \sim L_f^v$ заведомо выполняется $N\left(\frac{b}{L_f^v} + \frac{a}{L_f^m}\right) \gg 1$ - условие

усреднения интерференции, так что

$$\frac{\mathrm{d}^2 W_{stack}}{\mathrm{d}\omega \mathrm{d}\Omega} = N \frac{\mathrm{d}^2 W_{plate}}{\mathrm{d}\omega \mathrm{d}\Omega}\,.$$

- Стопка N пластин с *учетом поглощения* γ-излучения.
  Пусть коэффициент поглощения в слое

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = \mu_1 \rho_1 a + \mu_2 \rho_2 b\,.$$

  При "размытой"интерференции

$$\left(\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}\omega}\right)_N = N_{\mathrm{eff}} \left(\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}\omega}\right)_{plate},$$

  с

$$N_{\mathrm{eff}} = \frac{1 - e^{-N\sigma}}{1 - e^{-\sigma}}.$$

Пример: детектирование частиц с $\gamma = 10^3$ (0.5 ГэВ e^-, 140 ГэВ π^-)

Вещество	LiH	Li	Be	PET	C(графит)
ω_p, эВ	19	14	27	24	28
a, μм (из условия $\gamma_1 \equiv \frac{a\omega_p}{2c} = \gamma$)	21	29	15	17	14
$\omega_1 = \gamma\omega_p$, кэВ	19	14	27	24	28
$\omega_{max}(=\omega_1/3)$, кэВ	6	4.5	8.6	7.6	8.9
$\omega_{min}(=\omega_{max}/2)$, кэВ	3	2.2	4.3	3.8	4.5
$\mu_1(\omega_{max})$, см^2/г	0.9	2.4	1.	8.9	3.0
$\mu_1(\omega_{min})$, см^2/г	6.7	20	6.5	44	28
ρ_1, г/см^3	0.82	0.52	1.85	1.4	2.25
$b(=10a)$, μм	210	290	150	170	140
$\gamma_{sat} \equiv 110\sqrt{\omega_{max}/keV}\sqrt{b/\mu m}$			4000		
$\mu_2(\omega_{max})$ для воздуха	22	60	8	12	7
$N_{eff}(\omega_{max})$	480	170	430	50	100