# 1 Полупроводниковый детектор частиц

Аналог ионизационной камеры

Средняя энергия на образование электрон-дырочной пары $w \simeq 3E_g \lesssim 10$ эВ.

ППД характеризуется:

- зона проводимости (ЗП) -почти пуста. Влияние статистики Ферми-Паули мало.
- валентная зона (ВЗ) почти заполнена
- концентрация "доноров"$N_d$, их уровень $E_d$ до ЗП
- концентрация "акцепторов"$N_a$, их уровень $E_a$ от ВЗ
- химический потенциал на $\eta$ от ВЗ, $\xi$ до ЗП; $\eta + \xi = E_g$

(Ср.: Металл: ЗП частично (до уровня Ферми $E_F$) заполнена.
Изолятор: ЗП пуста, $E_g \gg kT$)

При $T \simeq 300$ K в ЗП $n_i \sim 10^{-10} N_i$ .
Распределение Ферми для плотности числа состояний переходит в Больцмановское:

$$f(E) = A \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} + 1} \stackrel{E_g \gg kT}{\Rightarrow} f(E) = B e^{-\frac{E}{kT}}$$

($\mu$ - хим. потенциал).

Для концентрации носителей:

$$n_n = Q_n e^{-\xi/kT}, \qquad Q_n = \frac{2}{\hbar^3} \left( \frac{m_n kT}{2\pi} \right)^{3/2};$$

$$n_p = Q_p e^{-\eta/kT}, \qquad Q_p = \frac{2}{\hbar^3} \left( \frac{m_p kT}{2\pi} \right)^{3/2}.$$

$Q$ - т.н. статистический фактор зоны, выражающий эффективное число уровней в зоне.

В беспримесном п/п $n_n = n_p (= n_i) \Rightarrow \eta - \xi = kT \ln \frac{Q_p}{Q_n} = \frac{3}{2} kT \ln \frac{m_p}{m_n}$.
Поскольку $m_p \sim m_n$, то $\eta - \xi \ll \eta + \xi = E_g$, т.е. $\eta \simeq \xi \simeq E_g/2$. Итак, для *собственной* концентрации

$$n_i \sim T^{3/2} e^{-\frac{E_g}{2kT}} \text{ – очень сильная зависимость!}$$

N.B. Происхождение 1/2 в показателе экспоненты наглядно: вероятности

$$W_1(\text{рожд. пары}) \propto e^{-E_g/kT}$$

$$W_2(\text{рекомб.}) \propto n_n n_p = n_n^2$$

В равновесии $W_1 = W_2 \quad \rightarrow \quad n_n \propto e^{-E_g/(2kT)}$.

В любом п/п (пока он *невырожден*: $N_a \ll N_i$, $N_d \ll N_i$) - "правило рычага":

$$n_n \cdot n_p = Q_n Q_p e^{-\frac{\xi+\eta}{kT}} = Q_n Q_p e^{-\frac{E_g}{kT}} = n_i^2 \, .$$

Примесные уровни очень близки к соответствующим зонам:
$E_d$ $(E_a) \sim 10^{-2}$ эВ $\ll E_g$.
Поэтому при низкой $T$ проводимость примесная, поведение - как у п/п с $E_g \approx E_d$ $(E_a)$, уровень Ферми на $\sim E_d/2$ $(E_a/2)$, $n \sim e^{-E_d/(2kT)}$.
С ростом $T$ Д (А) уровни истощаются, повышается роль *собственной* проводимости, уровень Ферми опускается (поднимается) к $E_g/2$.
При $E_d \ll kT \ll E_g$ (комнатная $T$) все доноры ионизованы, $n = N_d$.

| Характеристика беспримесного п/п | $Si$ | $Ge$ | примеч. |
|---|---|---|---|
| $A$ | 14 | 32 | |
| $\rho$, г/см$^3$ | 2.33 | 5.33 | |
| диэл. прониц.$\epsilon$ | 12 | 16 | |
| $E_g$, эВ | 1.1 | 0.67 | близки |
| $w$, эВ | 3.7 | 3.0 | на порядок $<$, чем в газе |
| $n_i(300\ K)$, см$^{-3}$ | $1.5 \cdot 10^{10}$ | $2 \cdot 10^{13}$ | различие 3 порядка! |
| Подвижности | | | |
| $\mu^-(300\ K)$, см$^2$/В·с | $1.6 \cdot 10^3$ | $3.9 \cdot 10^3$ | |
| $\mu^-(77\ K)$, см$^2$/В·с | $5 \cdot 10^4$ | $4 \cdot 10^4$ | |
| $\mu^+(300\ K)$, см$^2$/В·с | $0.48 \cdot 10^3$ | $1.9 \cdot 10^3$ | |
| $\mu^+(77\ K)$, см$^2$/В·с | $2 \cdot 10^4$ | $4 \cdot 10^4$ | |

**Почему** в качестве детектора не используется однородный п/п?

Удельное сопротивление

$$\rho = \frac{1}{e\,(n_n \mu^- + n_p \mu^+)} \, .$$

Для "беспримесного"п/п при 300 К было бы

$$\rho(Si) = 200 \cdot 10^3 \text{ Ом} \cdot \text{см} \, ,$$

$$\rho(Ge) = 65 \text{ Ом} \cdot \text{см} -$$

неприемлемо низко.

Для примесного п/п с учетом "правила рычага"и полагая $\mu^+ \simeq \mu^-$ получаем, что максимально достижимое сопротивление $\rho = \rho(n_p = n_n = n_i)$ - полностью *скомпенсированный* п/п имеет сопротивление как беспримесный. (Это не касается других характеристик: вероятности рекомбинации и захвата, подвижности и времени жизни носителей.)

Пример:
$Si(300\ K)$ с $N_d = 1.5 \cdot 10^{11}$ см$^{-3}$ (1 донор на $3 \cdot 10^{11}$ атомов) имеет $n_n = 1.5 \cdot 10^{11}$, $n_p = n_i^2/n_n = 1.5 \cdot 10^9$ - в 100 раз меньше.
$\rho \approx \rho_n = (en_n\mu^-)^{-1} = 2.4 \cdot 10^4$ Ом $\cdot$ см.
Из-за неустранимых примесей в $Si$ даже при 300 К доминирует *примесная* проводимость, $\rho \simeq 2 \cdot 10^4$ - в 10 р. меньше собственного.

Для $Ge$ очистка выше ( $10^{10}$ см$^{-3}$), примесное сопротивление при 77 К $\rho = 1.6 \cdot 10^4$ Ом $\cdot$ см (заметим: $n_i(77K) \to 0$).

Наконец, при максимально *достижимой* компенсации $N$(нескомпенс. примесь) $\simeq 10^9$ см$^{-3}$ в $Ge$ при 77 К $\rho \approx 10^5$ Ом $\cdot$ см. Нужно больше!

- Флуктуации тока проводимости

$$I = \frac{U}{R} = \frac{US}{\rho d}\,.$$

Время сбора носителей $t = \frac{d}{v} = \frac{d}{E\mu} = \frac{d^2}{U\mu}$.
За это время среднее число "проводящих"носителей

$$n = \frac{It}{e} = \frac{Sd}{\rho\mu e}\,,$$

а их Пуассоновская дисперсия

$$\sigma_n = \sqrt{n} = \sqrt{\frac{Sd}{\rho\mu e}}\,.$$

Пусть требуется достигнуть отношения "сигнал/шум"$S/N \geq \alpha$ ($\sim 10 \div 1000$) при регистрации энерговыделения $E$:

$$\frac{N_S}{\sigma_n} = \frac{E/w}{\sqrt{Sd/(\rho\mu e)}} \geq \alpha\,,$$

или

$$\rho \geq \alpha^2 \left(\frac{w}{E}\right)^2 \frac{Sd}{\mu e}\,.$$

Для m.i.p. в трековом ("пиксельном") детекторе размером $V \simeq 1\times1\times1$мм$^3$ ($E \sim 0.1$ МэВ) при $\alpha = 10$ требуемое $\rho \gtrsim 10^5$ Ом $\cdot$ см. Для *спектрометрического* детектора $V \simeq 1 \times 1 \times 1$см$^3$ ($E \sim 1$ МэВ) при $\alpha = 10^3$ (для достижения энергетического разрешения $\lesssim 0.3\%$) $\rho \gtrsim 10^{10}$ Ом $\cdot$ см.

Т.о., прямое приложение напряжения к п/п "не работает". Необходимо исключить свободный обмен носителями между собирающими электродами и п/п путем создания *перехода* (вместе с достижением максимально возможного сопротивлении п/п, например, охлаждением о.ч.г. либо компенсацией).

### *1.1 Переходы в п/п*

Переход между п/п $p$-типа и $n$-типа, или $p$-$n$ переход. Например, диффузией доноров в $p$-тип или акцепторов в $n$-тип.

На $p$-$n$ переходе носители диффундируют по градиенту концентрации, а (ионизованные) атомы примесей закреплены. Образуется объемный заряд и скачок потенциала, препятствующий диффузному току, $U_0 = 0.7\,\text{В}\,(Si)$ (0.3 В ($Ge$)).

Обедненный основными носителями слой - чувствительный. Здесь велико сопротивление, есть электрическое поле.

Подадим *обратное* смещение $U$ той же полярности, что $U_0$, помогающее "выметать"носители.

$$\frac{n_{\text{переход}}}{n_{\text{вне перехода}}} \sim \frac{\Delta t \,\text{прохожд. через перех.}}{\tau \,\text{рекомб.}} \ll 1 \qquad .$$

Пусть (для определенности) $n$-область сильно легирована ($n_n \gg n_p$), обозначается $n^+$. Тогда $d_n \ll d_p$ - все смещение приходится на область большого сопротивления, $p$ в данном случае. Ширина обедненной зоны

$$d \simeq d_p = \sqrt{2\epsilon\frac{U+U_0}{eN_a}} \approx \sqrt{2\epsilon\frac{U+U_0}{en_p}}\,;$$

для $Si$ при 300 К, $\mu^+ = const$ и $U \sim 10^{1\div2}\,\text{В} \gg U_0$

$$d \simeq 3\cdot10^{-5}\sqrt{\frac{\rho}{\text{Ом}\cdot\text{см}}\frac{U}{\text{В}}}\,\text{см} = 300\,\mu\text{м}$$

при $\rho = 10^4\,\text{Ом}\cdot\text{см}$, $U = 100$ В. Для $Ge$ $d$ на 2 порядка меньше, поэтому (при 300 К) в детекторах используется только $Si$ $p$-$n$-переход.

Максимальное поле в переходе $E_{max} \simeq \frac{2U}{d}$. При $E \sim (2 \div 5) \cdot 10^4$ В/см возможен пробой.

При $v_{\text{др.}} = E\mu \simeq v_{\text{тепл.}} \simeq 10^7$ см/с достигается насыщение ($v \to \text{const}$).

Емкость перехода в приближении плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon S}{d} \qquad \approx 1 \frac{\text{пФ}}{\text{см}} \cdot \frac{S}{d} \; (\text{для } Si) \, .$$

### *1.2 Токи утечки*

Флуктуации тока утечки - источник шума.
Поверхностные токи зависят от геометрии электродов и состояния поверхности, легко не оцениваются. Рассмотрим объемные токи.

- диффузионный $i_d$
  - от диффузии *неосновных* носителей к переходу, где они подхватываются полем. В случае $n^+ - p$ основной $i_d$ - от электронов в $p$-области (их $\gg$, чем дырок в $n$-области). Оценка плотности тока:

  $$j_d = eL_n n_n^p / \tau_r \, ,$$

  где длина диффузии и время жизни носителей (до рекомбинации) связаны $L_n = \sqrt{D\tau_r}$, $D = kT\mu/e$.

  Какова $n_n^p$? $n_n^p n_p^p = (n_i^p)^2$, а $\rho_p = (en_p^p \mu^+)^{-1} = n_n^p/(e\mu^+ (n_i^p)^2)$. Т.е.

  $$j_d = (en_i^p)^2 \mu^+ \rho_p \frac{L_n}{\tau_r} = (en_i^p)^2 \rho_p \sqrt{\frac{kT}{e}} \sqrt{\frac{\mu^3}{\tau_r}}$$

  В $Si$ при 300 К и $\tau_r \simeq 100\,\mu$с ($L_n \simeq 4 \cdot 10^{-2}$ см)

  $$j_d = 10^{-12} \frac{\rho_p}{\text{Ом} \cdot \text{см}} \, \text{А/см}^2 \, .$$

- ток генерации $i_g$
  - тепловой переброс носителей из В.З. в З.П. в области перехода и их "выметание"практически без рекомбинации.

  Число носителей $\propto$ V(зоны)$\times$ Вероятность переброса "В.З. $\to$ примесный уровень $\to$ З.П.".

  Верхняя оценка вероятности - в предположении среднего положения примесного уровня между зонами.

  $$j_g = \frac{dn_i e}{2\tau_r} \approx \frac{n_i e}{2\tau_r} \sqrt{\frac{2\epsilon U}{eN_a}} = \frac{n_i e}{2\tau_r} \sqrt{2\epsilon U \rho_p \mu^+}$$

В $Si$ при 300 К и $\tau_r \simeq 100\,\mu$с

$$j_g = 1.3 \cdot 10^{-9} \sqrt{\frac{U\rho_p}{\text{В} \cdot \text{Ом} \cdot \text{см}}}\, \text{А/см}^2\,.$$

Как правило, $j_g > j_d$.

**Шумы**

Полный шум $\sigma = \sqrt{\sum_i \sigma_i^2}$. Часто выражают в энергетических единицах: $\sigma_E = w\sigma$, если $\sigma$ - безразмерная ("штуки"электронов).

Так, шум тока (утечки)

$$\sigma_j = w\sqrt{N_j} = w\sqrt{Sjt/e} \qquad (t \simeq d^2/\mu U)\,.$$

$\sigma_j \sim 1 \div 3$ кэВ ($Si$ 300 К).

Тепловой шум - из флуктуаций тепловой скорости носителей. При емкости детектора (+усилитель) $C$ (и сопротивлении цепи $R$) $RC$ фильтр ограничивает частотный диапазон шумов:

$$\sigma_T = \frac{w}{e}\sqrt{kTC} = 1.5\sqrt{\frac{C}{\text{пФ}}}\,\text{кэВ} \quad (Si, 300\,\text{К})\,.$$

N.B.: для полоскового детектора (шаг 25-50 $\mu$м) емкость ($\sim 1 - 1.5$ пФ/см длины) определяется межполосковой связью.

**Энергетическая ширина линии ионизационного сигнала**

- Флуктуации числа *образованных* пар носителей
  Первичная ионизирующая частица создает (за $\sim 10^{-12}$ с) неравновесное распределение носителей. Носители за $\sim 10^{-12}$ с приходят в тепловое равновесие, отдавая энергию решетке, и занимают свои энергетические места в зонах ($e$ - на дне З.П., дырки - вверху В.З.).
  Пусть создано $\bar{N}(= E/w)$ пар. $\sigma_N = \sqrt{F\bar{N}}$, где $F$- фактор Фано.
  При (гипотетическом) отсутствии тепловых потерь ($w = E_g$) $F \to 0$.
  При очень больших потерях (малой доле вторичной ионизации) - $F \to 1$ - пуассоновское распределение.
  В п/п с 30% -ой долей ионизации ($w \simeq 3E_g$) $F \sim 0.1$.
  Собственное разрешение $\sigma_c = w\sqrt{FE/w} = 0.5\,\text{кэВ} \qquad (Si, E = 1\,\text{МэВ})\,.$
- Флуктуации числа *собранных* пар
  Рекомбинация и захват носителей в ловушки на время больше времени сбора и формировки в усилителе. Оценка рекомбинации

$$\frac{N_r}{N} = 1 - \exp -t/\tau_r \approx t/\tau_r \qquad (t \ll \tau_r)\,.$$

При пуассоновском распределении числа рекомбинаций

$$\sigma_r = w\sqrt{N_r} = \sqrt{\frac{Ewt}{\tau_r}}\,.$$

При $t/\tau_r < 10^{-1} \quad \sigma_r < \sigma_c$. При $t/\tau_r < 10^{-2} \quad \sigma_r$ пренебрежимо.

### *1.3 p-i-n-структура: временные характеристики*

Альтернатива $p$-$n$ - переходу - т.н. $p$-$i$-$n$-переход: (протяженная) область собственной $p$- проводимости между сильно легированными $p^+$ и $n^+$ областями. В отличие от $p$-$n$ в $p$-$i$-$n$-переходе $E(x) = \text{const}$, а не $\propto x$; $V \propto x$, а не $x^2$. Т.е. это - ионизационная камера с (почти) одинаковой подвижностью $e^-$ и "ионов". Нет индукционного эффекта, сигнал быстрый : характерная постоянная времени $\frac{d^2}{2\mu U}$.

Типично для 300 $\mu$м детектора $t_{e-} \sim 8$ нс, $t_{e+} \sim 25$ нс.

**Диффузия** (для "трековых"детекторов) $\sigma \sim 5\mu$м/300$\mu$м дрейфа.