1 Ионизационные потери (добавление)

- Вклад ядер вещества в потери энергии
Полная передача энергии (отдачи) рассеивающим центрам с зарядом Z, массой m_Z и плотностью n

$$\Delta E \propto n \frac{Z^2}{m_Z}.$$

Тогда отношение электронного и ядерного вкладов

$$\frac{\Delta E_e}{\Delta E_n} = \frac{n_e Z_e^2 m_n}{n_n Z_n^2 m_e} = \frac{A}{Z}\frac{m_n}{m_e} \approx 4 \times 10^3 \,.$$

- δ - электроны
Энергетический спектр быстрых электронов отдачи $(T \gg I)$

$$\frac{d^2N}{d(\rho x)dT} = \frac{K}{2}\frac{Z}{A}\frac{z^2}{\beta^2}\frac{1}{T^2} = \frac{0.0767}{T^2}\frac{z^2}{\beta^2}$$

МэВ·см^2/г. Число электронов с энергией $T > T_0$

$$\frac{dN(T > T_0)}{d(\rho x)} = \int\limits_{T_0}^{T_{max}\to\infty} \frac{d^2N}{d(\rho x)dT} = \frac{0.0767}{T_0}$$

МэВ·см^2/г

- Пробег частиц в веществе
При известной зависимости (линейной) плотности потерь $\frac{dE}{dx} = f(E)$ путь X частицы при торможении ее от начальной энергии E_0 до конечной E_1 может быть найден из уравнения:

$$X = \int_{E_1}^{E_0} \frac{dE}{dE/dx}.$$

Например, для достаточно быстрой, но нерелятивистской тяжчлой частицы $\frac{dE}{dx} = \frac{dT}{dx} \propto \frac{1}{T}$, откуда $X \propto E_0^2 - E_1^2 = T_0^2 - T_1^2$. *Полный* путь до остановки $R_T = X(T_1 = 0)$.

На практике такое интегрирование сложной (с учетом других механизмов потерь, см. далее) функции для нахождения R_T используется редко. Для характеристики проникающей способности пучка частиц (или тормозящей способности слоя вещества), полезной величиной является т.н. *практический пробег* R_p, учитывающий ряд факторов:
- применимость формулы Бете-Блоха ограничена областью $\beta >> v_e$, где v_e - характерная скорость атомных электронов на орбитах. Для потерь более медленных частиц используются другие теоретические и эмпирические зависимости. Хорошим приближением в этой области является $dE/dx \propto \beta$.

- для электронов даже сравнительно низких энергий с ионизационными потерями конкурируют другие механизмы.
- кроме торможения, частица испытывает также рассеяние, т.е. движется не по прямой, и длина торможения больше, чем пройденная толщина вещества;
- флуктуации потерь приводят к флуктуациям пробега, и моноэнергичный пучок поглощается "размазано".

Практический пробег измерен и параметризован эмпирическими формулами (табулирован) в широких диапазонах энергий различных частиц и для разных веществ. Например, для электронов в области 10 – 500 кэВ $R_p \approx 0.7\ T_0^{1.72}$ г/см^2 ($[T_0]$ =МэВ).

Задача
Минимально-ионизирующая частица пересекает слой 1 см Ar при нормальных условиях. Оценить вероятность выбивания δ-электрона с пробегом $>$1500 мкм.

2 Ионизация

Ионизация происходит в две стадии:

- первичная ионизация - прямая передача энергии от частицы среде, в т.ч. энергичным (δ-) электронам с $T >> I$
- вторичная ионизация

Соответственно говорят о *кластерах* первичной ионизации (со средним числом n_p) и о *полном* числе n_t электрон-ионных пар.

Для n_p не существует надежных теоретических оценок. Грубо $n_p \propto \langle A \rangle$. Статистика n_p - пуассоновская:

$$P(k; n_p) = \frac{(n_p)^k}{k!} e^{-n_p}.$$

Распределение расстояний (по нормализованной коорд. $0 \leq x \leq 1$) от данной точки (граница чувствительного объема, усилительный элемент,...) до ближайшего кластера

$$A_1^{n_p}(x) = n_p e^{-n_p x}.$$

Для полной средней ионизации $\langle n_t \rangle = \frac{\Delta E}{w}$, где ΔE - ионизационные потери, w - средняя энергия на образование одной пары. w почти не зависит от E, m, z частицы; $w \sim 2I_0$, где I_0 - 1-й ионизационный потенциал.

"Наивно" случайная величина n_t - пуассоновская, с $\sigma^2(n_t) = \langle n_t \rangle$. Однако элементарные акты ионизации не полностью независимы, а связаны условием фиксированной суммарной энергии. При отсутствии конкурирующих процессов диссипации энергии ΔE и строго фиксированном "дозировании"энергии w_k в каждом k-ом (из N_k) акте ионизации (только один уровень, пренебрежима кинетическая энергия электрона) $n_t = N_k = \frac{\Delta E}{w_k} = const$, $\sigma^2(n_t) = 0$. Если - при наличии альтернативного ионизации механизма - представить процесс как биномиальный, с вероятностями элементарной ионизации p и альтернативного поглощения энергии $q = 1 - p$, то $\sigma^2(n_t) = N_k pq < N_k p = \langle n_t \rangle$.

В общем случае

$$\sigma^2(n_t) = F\langle n_t \rangle\,, \qquad\qquad F = \frac{\langle (n_k - E_k/w)^2 \rangle}{\langle n_k \rangle} < 1\,,$$

где n_k, E_k - пошаговые (неравные) числа пар и порции энергии соответственно; усреднение по шагам. Множитель F называется фактором Фано. Он определяется для разных веществ и условий экспериментально и в целом тем меньше, чем "легче"происходит ионизация. Для m.i.p. в Ar при нормальных условиях (н.у.) $n_p = 29$/см, $n_t = 94$/см ($w = 26$ эВ), $F \sim 0.20 - 0.30$.

N.B.: не путать флуктуации числа пар при *фиксированной* потере энергии с флуктуациями потерь ($\sim 20\%$ для распределения Ландау).

Задача. Найти неэффективность "идеального" Ar (при н.у) счетчика релятивистских заряженных частиц толщиной 1 мм. "Идеальность"понимать как способность счетчика зарегистрировать сколь угодно малую ионизацию.