

Направление подготовки: 03.04.01 Прикладные математика и физика

Профиль подготовки: Общая и прикладная физика

Специализация: Физика высоких энергий

ИЗМЕРЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК РЕЗОНАНСОВ В СИСТЕМЕ $\pi^- \pi^+ \pi^0$
(МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ)

Студент:

Нигоян Артем Васильевич

(подпись студента)

Научный руководитель:

Хохлов Юрий Анатольевич,
к. физ.-мат. наук, вед. науч. сотр.

(подпись научного руководителя)

Аннотация

В данной работе применена техника парциально-волнового анализа для изучения реакции

$$\pi^- + p \rightarrow \pi^- + \pi^+ + \pi^0 + n \quad (1)$$

при $p_{\pi^-}^{beam} = 29$ ГэВ/с на основе данных эксперимента *BES*. В целях исследования резонансной структуры указанной реакции отобрано 3.4 млн событий. Проведен анализ амплитуд волн с квантовыми числами $J^P I = 1^- 0, 2^+ 1$ и $3^- 0$, в ходе которого измерены спектральные характеристики резонансов ω' , ω'' , $a_2(1320)$ и $\omega_3(1670)$.

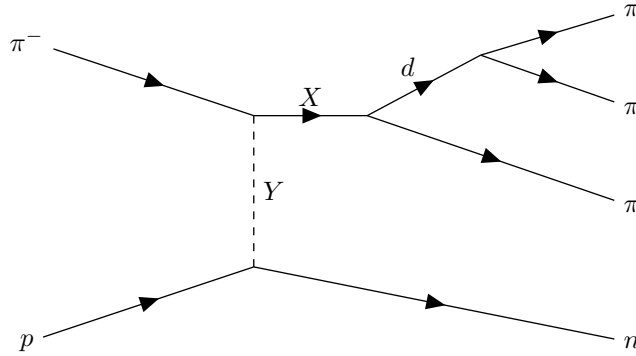


Рис. 1: Диаграмма изучаемого процесса в изобарной модели.
Все π -мезоны, являющиеся продуктами реакции, имеют разные заряды.

Благодарность

Выражаю благодарность Хохлову Юрию Анатольевичу за научное руководство, Шумакову Антону Анатольевичу за обсуждение хода работы и помощь в освоении основ парциально-волнового анализа, Рябчикову Дмитрию Игоревичу за плодотворное обсуждение способов описания амплитуд ПВА, а также Дорофееву Валерию Анатольевичу за предоставление интерфейса для осуществления процедуры построения коротких треков.

Содержание

1	Введение	5
1.1	Сильное взаимодействие. Мотивация изучения спектров частиц	5
1.2	Квантовые числа мезонов	5
1.3	Цель исследования	6
1.4	Обзор разделов	6
2	Экспериментальные данные	7
2.1	Описание установки ВЕС	7
2.2	Отбор событий	8
2.3	1С-фит распада $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$	10
2.4	Результаты отборов	10
3	Парциально-волновой анализ реакции $\pi^- + p \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 + n$	15
3.1	Общее описание метода	15
3.2	Выбор базиса в пространстве конечных состояний	15
3.3	Амплитуда реакции и матрица плотности	17
3.4	Применение метода максимального правдоподобия для нахождения матрицы плотности	18
4	Особенности анализа реакции $\pi^- + p \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 + n$ в рамках эксперимента ВЕС	19
4.1	Список используемых в анализе изобар и их параметризации	19
4.2	Список волн, включенных в анализ	20
4.3	Переход к переменной t'	20
4.4	Диапазоны изменения переменных $M_{3\pi}$ и t' и их разбиение	21
4.5	Программная реализация анализа	21
4.5.1	Описание основного комплекса программ	21
4.5.2	Формулировка задачи оптимизации в терминах приведенной матрицы плотности	21
4.5.3	Описание процедуры вычисления интегралов нормализации и аксептанса	22
4.6	Реализация парциально-волнового анализа на основе данных нескольких сеансов	22
4.7	Ранг матрицы плотности	23
4.8	Неопределенность глобальной фазы. Выбор опорных волн	23
5	Извлечение характеристик резонансов из амплитуд волн	24
5.1	Анализ интенсивностей волн	24
5.2	Анализ амплитуд волн	24
5.2.1	Построение теоретической модели амплитуды волны	24
5.2.2	Фитирование элементов матрицы плотности	24
5.2.3	Фитирование амплитуд волн с опорной волной	25
5.2.4	Фитирование амплитуд волн без опорной волны	25
5.3	Параметризация резонансов	26
6	Результаты парциально-волнового анализа	27
7	Анализ амплитуд волн	37
7.1	Анализ волн с квантовыми числами $J^P I = 2^+ 1$	37
7.2	Анализ волн с квантовыми числами $J^P I = 3^- 0$	40
7.3	Анализ волн с квантовыми числами $J^P I = 1^- 0$	42
8	Обсуждение результатов и выводы	45
9	Приложение. Интенсивности и фазы доминирующих волн	46

Глава 1

Введение

1.1 Сильное взаимодействие. Мотивация изучения спектров частиц

Сильное взаимодействие является одним из четырех фундаментальных взаимодействий, описывающих наблюдаемые физические явления. Его проявления можно видеть как при высоких энергиях (столкновения частиц в коллайдерных экспериментах, экспериментах с фиксированной мишенью, распространение космических лучей в атмосфере), так и при низких (связь протонов и нейтронов в ядре). На текущий момент фундаментальной теорией, описывающей сильные взаимодействия, считается квантовая хромодинамика (КХД). В рамках КХД кварки наделяются характеристикой, называемой «цветом», а их взаимодействия осуществляются путем обмена электрически нейтральными частицами – глюонами. В силу наличия собственного цветового заряда глюоны могут взаимодействовать друг с другом, в отличие от фотонов – переносчиков электромагнитного взаимодействия – что приводит как к количественным, так и к качественным различиям предсказаний теорий электрослабого и сильного взаимодействия.

В пределе низких энергий взаимодействие глюонов приводит к росту константы связи КХД, так что методы теории возмущений, которые рассматривают взаимодействие как малую поправку к гамильтониану свободных полей, становятся неприменимыми. С физической точки зрения большая константа связи приводит к образованию связанных состояний кварков и глюонов, называемых адронами. Так же, как в квантовой электродинамике энергетические спектры атомов, являющихся КЭД-связанными состояниями, несут информацию об электромагнитном взаимодействии, массы и ширины адронов позволяют детально изучить сильное взаимодействие и проверить правильность результатов, предсказываемых КХД.

1.2 Квантовые числа мезонов

Адроны классифицируются по спину: адроны с целым спином называются мезонами, с полуцелым – барионами. В кварковой модели квантовые числа адронов определяются валентными кварками (точно так же, как квантовые числа атомов задаются их валентными электронами). В нерелятивистской модели мезоны являются связанными состояниями кварка и антикварка ($q\bar{q}'$), а барионы – трех кварков ($qq'q''$).

Легкими мезонами называются мезоны, составленные из u , d и s кварков и антикварков. Близкие массы u и d кварков отражает изоспиновую симметрию. Эти кварки образуют изоспиновый дублет ($I = \frac{1}{2}$, $I_3 = \pm \frac{1}{2}$), в то время как странный кварк является изосинглетом ($I = I_3 = 0$). Это означает, что легкие мезоны могут быть изоскалярами ($I = 0$) или изовекторами ($I = 1$).

Поскольку кварки имеют спин $s = \frac{1}{2}$, мезоны, являющиеся связанными состояниями кварка и антикварка, по правилу сложения моментов могут иметь $S = 0$ или $S = 1$.

Более того, система $q\bar{q}'$ может иметь орбитальный момент L , который даёт вклад в полный угловой момент мезона J :

$$|L - S| \leq J \leq L + S.$$

Пространственная чётность мезона P определяется пространственной чётностью валентных кварков, входящих в состав мезона, а также пространственной частью волновой функции системы фермион-антифермион $q\bar{q}'$:

$$P = (+1) \cdot (-1) \cdot (-1)^L = (-1)^{L+1}.$$

Для нейтральных мезонов определяется зарядовая чётность:

$$C = (-1)^{L+S}.$$

Поскольку заряженные мезоны не являются собственными состояниями оператора зарядового сопряжения, их C -чётность не определена. В связи с этим определяется G -чётность. Дополнительный поворот состояния на 180° вокруг оси I_2 в изоспиновом пространстве, заключающийся в смене знака заряда, делает электрически заряженные состояния мезонов собственными для оператора G :

$$G = C \cdot e^{i\pi I_2} = (-1)^{L+S+I},$$

где I – изоспин мезона.

Принято приписывать заряженным мезонам C -чётность их нейтральных изоспиновых партнеров. Мезоны называются в соответствии с квантовыми числами, описывающими состояние системы $q\bar{q}'$:

$$I^G J^{PC}.$$

Например, изовекторные состояния ($I = 1$) с положительной пространственной чётностью $P = +1$ и отрицательной G -чётностью ($1^{--} J^{++}$) называются a_J , в то время как мезоны с отрицательной пространственной и G -чётностью называются π_J . Существуют состояния, которые не могут быть получены как связанные состояния кварка и антикварка:

$$J^{PC} = 0^{--}, 1^{-+}, 2^{+-}, 3^{-+}, 4^{+-}, \dots$$

Мезоны с такими квантовыми числами называются экзотическими и представляют особый интерес, поскольку могут являться связанными состояниями глюонов, тетракварками или мезонными молекулами. Экспериментальное подтверждение существования таких состояний будет принципиально важным результатом в рамках изучения КХД при низких энергиях. Стоит отметить, что в барионном секторе экзотических состояний не существует, поскольку все возможные J^{PC} комбинации могут быть получены как квантовые числа какого-либо связанного состояния трёх кварков, и этот факт делает изучение мезонов более привлекательным с научной точки зрения.

1.3 Цель исследования

За более чем 70 лет экспериментального изучения адронов помимо основных состояний мезонов открыто огромное количество их возбужденных состояний, причём, если некоторые из них не вызывают сомнений (такие как $a_2(1320)$), наблюдение многих других резонансов всё ещё остаётся под вопросом. Обнаружение новых мезонов позволит подтвердить, опровергнуть или ограничить применимость моделей, используемых для описания иерархии масс частиц (например, модель Редже, см. [1] и [2]).

Обзор актуальных данных, касающихся спектров известных мезонов, представлен в работе [3]. Автор приводит результаты поиска резонансов в $p\bar{p}$ -экспериментах $PS172$ и $Crystal Barrel$. В частности, здесь имеются некоторые теоретические соображения, касающиеся спектральных характеристик высокоспиновых резонансов (a_4 , ω_5 и пр.).

Данный анализ основан на работе [4], в которой представлены результаты изучения реакции $\pi^- + p \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 + n$ в ходе эксперимента BEC . Наблюдение резонансов ω , a_2 и ω_3 привело к выдвигению гипотезы, согласно которой в указанной реакции возможно рождение других частиц с квантовыми числами $J^P I = 1^- 0$, $2^+ 1$ и $3^- 0$.

Основной целью работы являлось измерение характеристик резонансов ω -серии, a_2 и ω_3 , образующихся в реакции (1). Анализ произведен на основе экспериментальных данных, полученных на модернизированной установке BEC .

1.4 Обзор разделов

В главе 2 приведено описание экспериментальной установки BEC , перечислены критерии отбора событий, соответствующих изучаемой реакции (1), а также представлены результаты применения отборов к данным четырёх физических сеансов. В главе 3 описана основная идея парциально-волнового анализа, построен базис в пространстве конечных состояний изучаемой реакции, представлен алгоритм нахождения элементов матрицы плотности на основе метода максимального правдоподобия. Детали реализации ПВА в рамках эксперимента BEC описаны в главе 3: приведён список изобар, используемых в анализе, их параметризации, перечислен набор использованных волн, а также указаны основные особенности программной части анализа. В главе 5 описаны способы извлечения характеристик резонансов из результатов ПВА путем масс-зависимых фитов. Наконец, в главах 6 и 7 приведены результаты парциально-волнового анализа, а также характеристики наблюдаемых резонансов, которые затем обсуждены в главе 8. В главу 9 вынесены амплитуды и фазы значимых волн ПВА.

Глава 2

Экспериментальные данные

2.1 Описание установки ВЕС

Установка ВЕС представляет из себя спектрометр, предназначенный для изучения реакций взаимодействия пучков заряженных частиц с нуклонами фиксированной мишени. Установка расположена в экспериментальном зале ускорительного комплекса У-70 (ИФВЭ, Протвино), рис. 2.1.

Транспортировка и фокусировка пучка вторичных отрицательно заряженных частиц с интенсивностью $\sim 10^6$ частиц/сброс (сброс частиц происходит в течение 1-2 секунд) обеспечивается каналом 4Д протонного синхротрона. Основными компонентами пучка являются π^- , K^- , e^- и \bar{p} в соотношении 96.5 : 2.3 : 1.0 : 0.2 соответственно. Средняя энергия пучка составляет $E \approx pc \approx 29$ ГэВ, среднеквадратичное отклонение – $\sigma_E \approx \sigma_p \approx 0.25$ ГэВ.

Анализ проведен на основе данных 4-х физических сеансов (44, 45, 47 и 48), мишенью в которых служил бериллиевый цилиндр диаметром 4.3 см и толщиной 4 см (0.11 рад. длин).

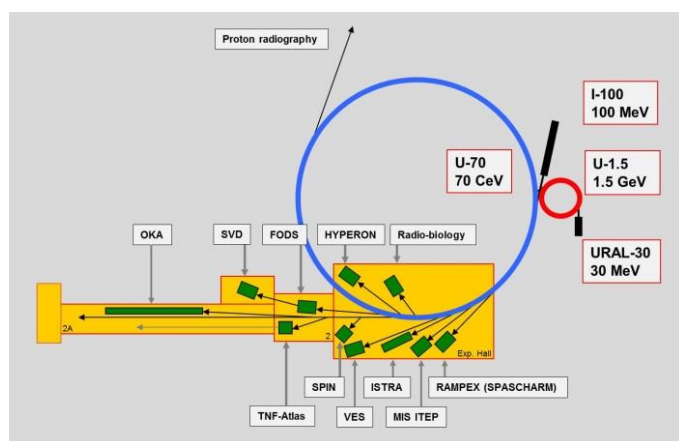


Рис. 2.1: Ускорительный комплекс У-70

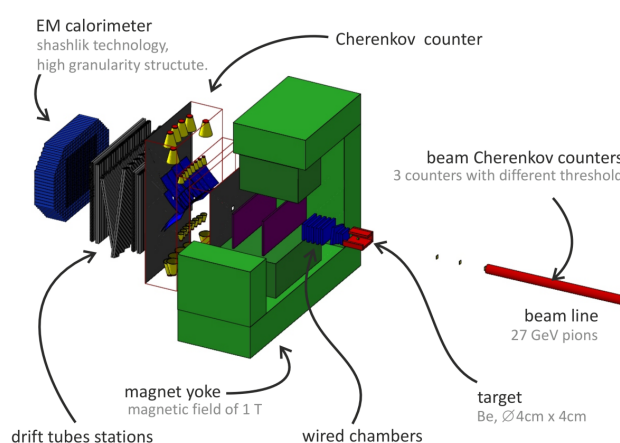


Рис. 2.2: Схема установки ВЕС

Схема экспериментальной установки ВЕС приведена на рис. 2.2.

Принята система координат, в которой ось Z направлена по пучку, ось Y – вертикально вверх, ось X дополняет две другие оси до правой тройки. Начало системы координат совпадает с центром магнита.

Перед зоной экспериментальной установки ВЕС расположен магнитный спектрометр на основе $BSPC$, предназначенный для определения импульса пучка (не показан на рисунке). Точность спектрометра составляет $\sim 1\%$ при импульсе ~ 30 ГэВ/с. Факт прохождения пучковой частицы фиксируется при помощи сцинтилляционных счетчиков $S1$, $S2$ и $S3$. Система из четырех двухплоскостных (XY) пропорциональных камер HPC определяет траекторию пучковой частицы. Газовые пороговые черенковские счетчики $C1$, $C2$ и $C3$ служат для идентификации пучка. Сцинтиллятор $A10 - A11$ имеет цилиндрическое отверстие, ось которого приблизительно совпадает с осью пучка; предназначен для подавления гало пучка.

Мишень $TARGET$ окружена охранной системой $VETO$. Внутренний слой образован сцинтилляционными счетчиками, внешний – шестью счетчиками типа «сэндвич» свинец-сцинтиллятор. Цель охранной системы – подавление событий, в которых продукты реакции имеют большой поперечный импульс по отношению к направлению импульса пучка.

За мишенью находятся три двухплоскостные пропорциональные камеры $PC1$ (XY), также называемые $PCRED$ (третья камера повернута относительно остальных на угол 15°), за ними – пять двухплоскостных

пропорциональных камер $PC2$ (XY). Все PC предназначены для измерения импульсов заряженных продуктов реакции. Непосредственно перед первой камерой $PC1$ расположена свинцовая пластина $CONVERTER$, позволяющая конвертировать γ -кванты, не попадающие в калориметр, в e^+e^- пару, вследствие чего возможно исключение таких событий из анализа.

После пропорциональных камер установлен магнит $MAGNET$, отклоняющий заряженные частицы. Магнит имеет размеры полюсов 2.5×1.5 м², расстояние между полюсами 1 м. Магнитное поле направлено по оси Y . Внутри магнита находится группа микродрейфовых камер MDC . За магнитом – большой многоканальный газовый пороговый черенковский счетчик $CHER$, состоящий из 28 сферических зеркал, каждое из которых фокусирует черенковский свет на отдельном фотоумножителе. $CHER$ используется для идентификации продуктов реакции.

За черенковским счетчиком установлена группа больших дрейфовых камер DC на основе дрейфовых трубок. Перед последней дрейфовой камерой и после нее установлены сцинтилляторы $BK1$ и $BK2$. Их задача – отсечь события, в которых пучок не вступил в реакцию с нуклонами мишени (наличие сигнала в них означает отсутствие взаимодействия).

Установка завершается электромагнитным калориметром $ECAL$ размерами 2.4×1.9 м², изготовленным по технологии «пашлык» из чередующихся слоев свинца и сцинтиллятора [5].

Более подробное описание трековой системы и системы сбора данных установки ВЕС приведено в [6] и [7] соответственно.

События, удовлетворяющие условию

$$S1 \wedge S2 \wedge S3 \wedge \overline{A10} \wedge \overline{A11} \wedge \overline{VETO} \wedge \overline{BK1} \wedge \overline{BK2} = 1,$$

записываются на долгосрочный носитель информации (магнитную ленту) в формате DST [8] для осуществления последующего офлайн-анализа.

2.2 Отбор событий

Для выделения событий, соответствующих изучаемой реакции (1), применяются следующие отборы:

- (1) событие успешно реконструировано,
- (2) пучковая частица идентифицирована как π^- -мезон,
- (3) вершина взаимодействия находится в мишени,
- (4) зарегистрированы две противоположно заряженные частицы (π^- и π^+) и два фотона ($\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$),
- (5) инвариантная масса двух фотонов $m(\gamma\gamma)$ удовлетворяет условию: $115 \text{ МэВ}/c^2 < m(\gamma\gamma) < 155 \text{ МэВ}/c^2$,
- (6) инвариантные массы $m(\pi^+n)$ и $m(\pi^0n)$ превосходят $2.1 \text{ ГэВ}/c^2$,
- (7) восстановленный по 4-импульсу зарегистрированных частиц (в предположении, что произошло взаимодействие с покоящимся протоном, а частица отдачи – нейтрон) модуль импульса пучковой частицы удовлетворяет условию: $27 \text{ ГэВ}/c < |\vec{p}_{beam}^{rec}| < 32 \text{ ГэВ}/c$,
- (8) отсутствуют треки, восстановленные по вершине взаимодействия и хитам в пропорциональных камерах $PC1$ и $PC2$ (см. раздел 2.1), не ассоциированным с треками частиц.

Применение отбора (1) исключает из рассмотрения события, в которых по откликам детекторов не удалось определить кинематические характеристики частиц, участвующих в реакции.

Отбор (2) необходим в силу неоднородности состава пучка (см. раздел 2.1).

Отбор (3) позволяет выделить события, в которых взаимодействие частиц пучка произошло с нуклонами мишени. Данный отбор заключается в проверке нахождения восстановленной точки взаимодействия в так называемой расширенной мишени – цилиндре с диаметром основания 4.3 см и высотой 12 см (описание мишени см. в разделе 2.1).

Отбор (4) предназначен для исключения из анализа событий с топологией, не соответствующей изучаемой реакции (1). Отметим, что короткоживущий π^0 -мезон конечного состояния восстанавливается не напрямую, а по продуктам распада (двум фотонам), а нуклоны, участвующие в реакции, не идентифицируются и не регистрируются. Таким образом, исследуется реакция $\pi^- + N \rightarrow \pi^- + \pi^+ + \pi^0 + N'$ (из закона сохранения заряда $N = p$, а $N' = n$) с последующим распадом $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ ($Br(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) = (98.823 \pm 0.034)\%$). Процедура идентификации мезонов конечного состояния не применяется.

Отбор (5) необходим для выделения событий с образованием π^0 -мезона. Границы указанного интервала определены по $m(\pi^0) = 135 \text{ МэВ}$ и разрешению установки.

Отбор (6) применяется с целью подавления фоновых реакций, в которых рождается барионная изобара N^* (см. диаграммы на рис. 2.3). В значимой доле таких событий импульс π -мезона, образованного в результате

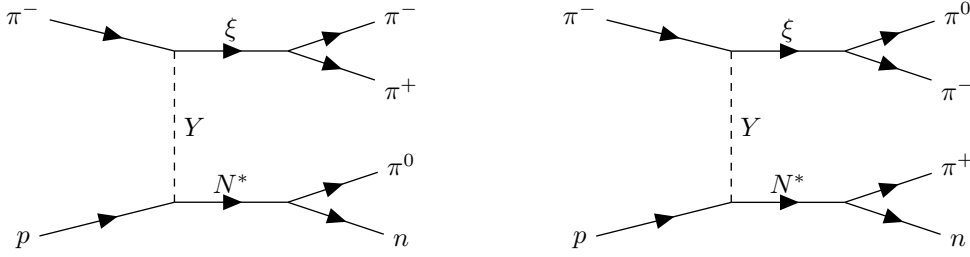


Рис. 2.3: Диаграммы фоновых реакций с образованием барионной изобары.

распада N^* , направлен в сторону следующих за мишенью детекторов, вследствие чего π -мезон не вызывает срабатывания охранной системы *VETO* (см. раздел 2.1) и регистрируется в спектрометре.

Последние отборы – (7) и (8) – применяются для выделения эксклюзивных процессов рождения системы $\pi^- \pi^+ \pi^0$.

Отбор (7) основан на возможности восстановления модуля импульса пучковой частицы по импульсам зарегистрированных продуктов реакции. Закон сохранения 4-импульса в реакции (1) в предположении, что π^- -мезон пучка взаимодействует с протоном p мишени, а частицей отдачи является нейтрон n , может быть записан в виде (везде ниже $c = 1$):

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{beam} \\ \vec{p}_{beam} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_p \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{3\pi} \\ \vec{p}_{3\pi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_n \\ \vec{p}_n \end{pmatrix}.$$

Отметим, что здесь не учтен пренебрежимо малый вклад движения протонов в ядре в начальный 4-импульс.

Преобразуя соотношение к виду

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{beam} \\ \vec{p}_{beam} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \varepsilon_{3\pi} \\ \vec{p}_{3\pi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_n \\ \vec{p}_n \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} m_p \\ 0 \end{pmatrix}$$

и возводя его в квадрат (с учетом метрики Минковского), получим

$$m_\pi^2 + m_{3\pi}^2 - 2(\varepsilon_{beam}\varepsilon_{3\pi} - \vec{p}_{beam}\vec{p}_{3\pi}) = m_n^2 + m_p^2 - 2m_p\varepsilon_n.$$

Подстановка в это соотношение энергии нейтрона $\varepsilon_n = \varepsilon_{beam} + m_p - \varepsilon_{3\pi}$, а также учёт $\varepsilon_{beam} \approx p_{beam}$ (поскольку частицы пучка являются ультрарелятивистским: $p_{beam} \gg m_\pi$) приведет к равенству

$$m_\pi^2 + m_{3\pi}^2 - 2p_{beam}(\varepsilon_{3\pi} - p_{3\pi} \cos \theta_{3\pi}) = m_n^2 - m_p^2 - 2m_p(p_{beam} - \varepsilon_{3\pi}),$$

где $\theta_{3\pi}$ – угол между \vec{p}_{beam} и $\vec{p}_{3\pi}$. Выражая искомый импульс пучка, получим

$$p_{beam} = \frac{m_\pi^2 + m_{3\pi}^2 + m_p^2 - m_n^2 - 2m_p\varepsilon_{3\pi}}{2(\varepsilon_{3\pi} - p_{3\pi} \cos \theta_{3\pi} - m_p)}. \quad (2.1)$$

Нахождение вычисленного по формуле (2.1) импульса π^- -мезона пучка вне интервала от 27 ГэВ/с до 32 ГэВ/с напрямую свидетельствуют о потере продуктов реакции, вследствие чего соответствующие события считаются фоновыми и из анализа исключаются.

В силу ограниченности апертуры установки не все события могут быть реконструированы полностью. Прежде всего это касается взаимодействий, в результате которых были образованы мезоны с импульсом, недостаточным для преодоления магнита *MAGNET* (см. рис. 2.2) и последующей регистрации в трековой системе спектрометра. Вследствие наличия такой неэксклюзивности реакция $\pi^- N \rightarrow \omega \pi^- N$ с последующим распадом $\omega \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0$ в случае потери трека одного из π^- -мезонов конечного состояния будет интерпретирована как сигнальная реакция (1). Это может существенно исказить наблюдаемое сечение и результаты парциально-волнового анализа (см. главу 3), поэтому решение описанной проблемы требует особого внимания.

Существует несколько способов устранения вклада неэксклюзивных фоновых реакций. Один из наиболее простых подходов применён в работе [9] и заключается в отборе для анализа только тех событий, в которых отсутствуют несвязанные в трек срабатывания (хиты) в пропорциональных камерах, расположенных непосредственно за мишенью (см. раздел 2.1). Метод позволяет избавиться от подавляющей части событий с нереконструированными треками, однако обладает низкой эффективностью: в результате наложения условия отсутствия хитов помимо фоновых взаимодействий из анализа исключается большая доля сигнальных событий, в которых срабатывания вызваны дельта-электронами, образованными в веществе экспериментальной установки в процессе распространения частиц конечного состояния.

Метод подавления неэксклюзивных реакций, использованный в данном анализе, основан на алгоритме реконструкции «коротких» треков частиц, вылетающих из первичной вершины, по срабатываниям в пропорциональных камерах *PC1* (или *PCRED*) и *PC2* (см. раздел 2.1), расположенных непосредственно за мишенью. Приведем краткое описание данного алгоритма.

На первом шаге производится перебор пар хитов из ортогональных плоскостей во всех камерах, начиная с самой дальней от мишени. Каждая пара хитов объединяется в пространственную точку, затем через нее и вершину взаимодействия проводится прямая, а в остальных камерах ищутся хиты, расположенные на расстоянии не более 4 мм от построенной прямой в каждой проекции. Найденные таким образом хиты вместе с исходными образуют так называемый сегмент. Если в паре сегментов разных проекций есть как минимум один хит в повернутой относительно других камере *PCRED* 03 (UV), то сегменты объединяются в трек. После того, как все треки и сегменты определены, в двух ближайших к мишени камерах из «свободных» хитов производится поиск сегментов, включающих вершину. Результатом работы алгоритма является число обнаруженных треков и сегментов. В анализе применяется критерий отсутствия «коротких» треков, заключающийся в равенстве нулю суммы числа треков и сегментов. Изложенный алгоритм разработан и имплементирован В. А. Дорофеевым для анализа данных эксперимента *BEC* [10].

2.3 1С-фит распада $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$

После применения всех перечисленных в разделе 2.2 отборов производится 1С-фит [11], целью которого является уточнение кинематического описания реакции путем восстановления истинных 4-импульсов фотонов конечного состояния по распаду $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$.

Вследствие конечного разрешения электромагнитного калориметра спектрометра измеренные 4-импульсы фотонов (везде ниже $c = 1$)

$$p_{\gamma_1}^{meas} = (E_{\gamma_1}^{meas}; \vec{p}_{\gamma_1}^{meas}), p_{\gamma_2}^{meas} = (E_{\gamma_2}^{meas}; \vec{p}_{\gamma_2}^{meas}).$$

и углы между ними

$$(\vec{p}_{\gamma_1}^{meas}, \vec{p}_{\gamma_2}^{meas}) = E_{\gamma_1}^{meas} \cdot E_{\gamma_2}^{meas} \cdot \cos \theta^{meas}$$

отличаются от своих истинных значений

$$p_{\gamma_1}^{real} = (E_{\gamma_1}^{real}; \vec{p}_{\gamma_1}^{real}), p_{\gamma_2}^{real} = (E_{\gamma_2}^{real}; \vec{p}_{\gamma_2}^{real}),$$

$$(\vec{p}_{\gamma_1}^{real}, \vec{p}_{\gamma_2}^{real}) = E_{\gamma_1}^{real} \cdot E_{\gamma_2}^{real} \cdot \cos \theta^{real}.$$

В силу хорошего координатного разрешения электромагнитного калориметра $\theta^{real} = \theta^{meas} = \theta$. Из кинематики реакции следует, что $E_{\gamma_1}^{real} \cdot E_{\gamma_2}^{real} = a$, где $a = \frac{m_{\pi^0}^2}{2 \cdot (1 - \cos \theta)}$, поэтому статистика

$$\chi^2 = \left(\frac{E_{\gamma_1}^{real} - E_{\gamma_1}^{meas}}{\sigma(E_{\gamma_1}^{meas})} \right)^2 + \left(\frac{E_{\gamma_2}^{real} - E_{\gamma_2}^{meas}}{\sigma(E_{\gamma_2}^{meas})} \right)^2 \quad (2.2)$$

является функцией одного аргумента $E_{\gamma_1}^{real}$; здесь погрешность измерения энергии фотона вычисляется как

$$\sigma(E_{\gamma}^{meas}) = E_{\gamma}^{meas} \cdot \sqrt{\alpha^2 + \frac{\beta^2}{E_{\gamma}^{meas}}},$$

с параметрами $\alpha = 0.01$, $\beta = 0.1 \sqrt{\text{ГэВ}}$. Для каждого события находится минимум функции (2.2) и в дальнейшем найденная точка минимума $E_{\gamma_1}^{real}$ и величина $E_{\gamma_2}^{real} = \frac{a}{E_{\gamma_1}^{real}}$ используются в кинематических расчетах как истинные значения энергий первого и второго фотона соответственно.

2.4 Результаты отборов

Для изучения реакции (1) отобрано 3.36 млн событий в соответствии с критериями, приведенными в разделе 2.2.

Таблица 2.1: Распределение событий, отобранных для анализа, по сеансам.

Сеанс	44	45	47	48
Число событий, млн	1.29	0.79	0.57	0.71

Распределения отобранных событий по физическим переменным представлены на рис. 2.4 - 2.7.

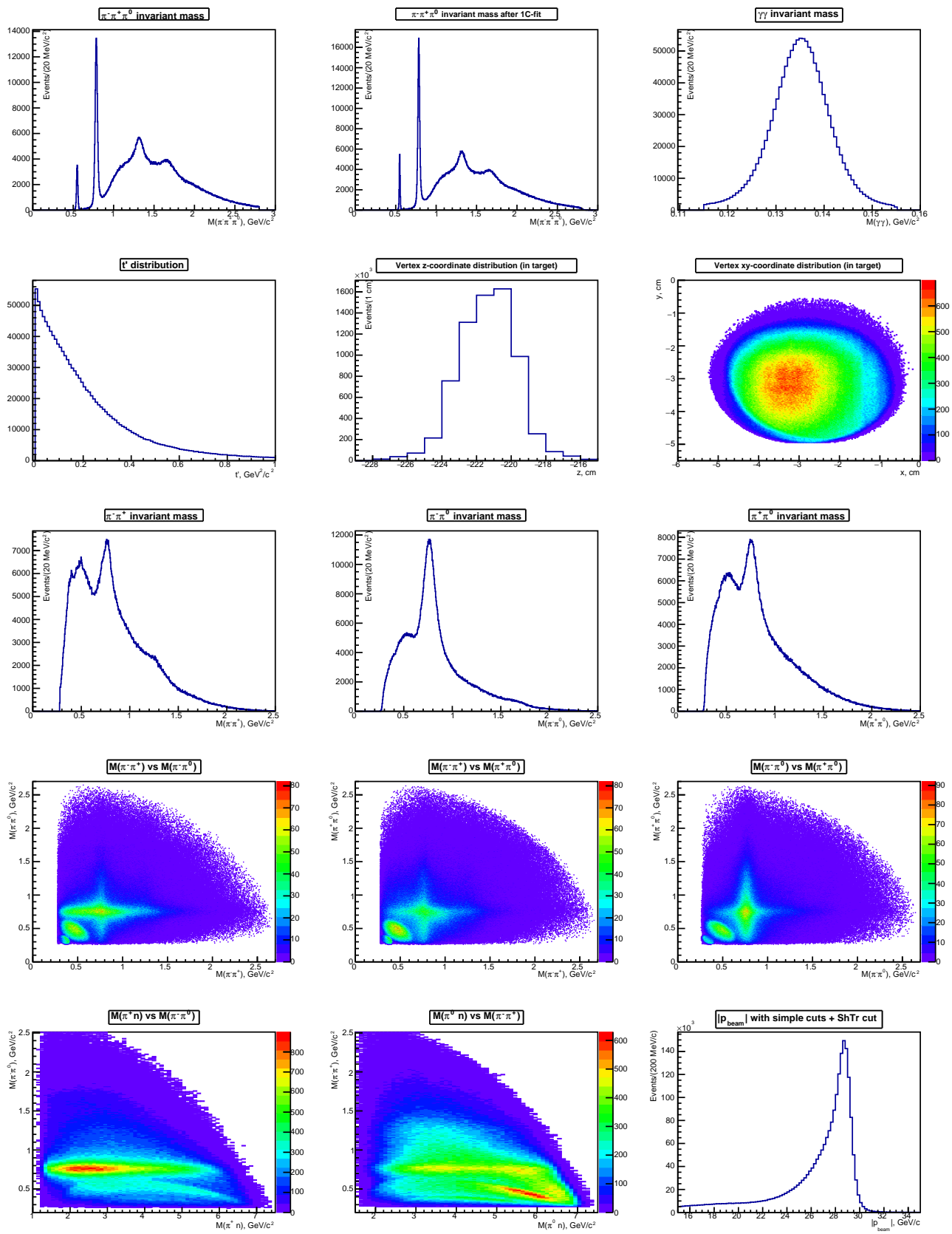


Рис. 2.4: Распределения событий по физическим переменным (44-й сеанс).

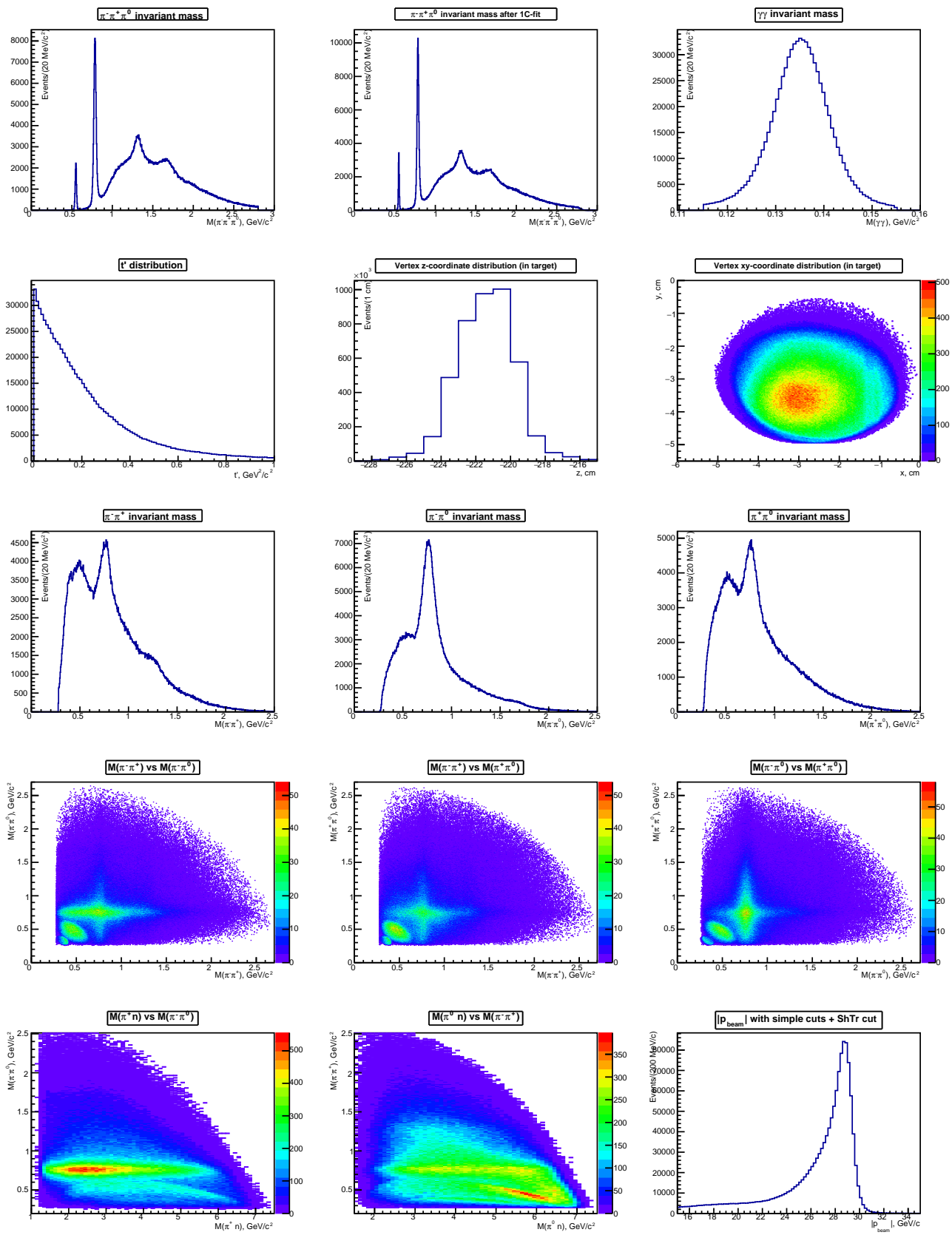


Рис. 2.5: Распределения событий по физическим переменным (45-й сеанс).

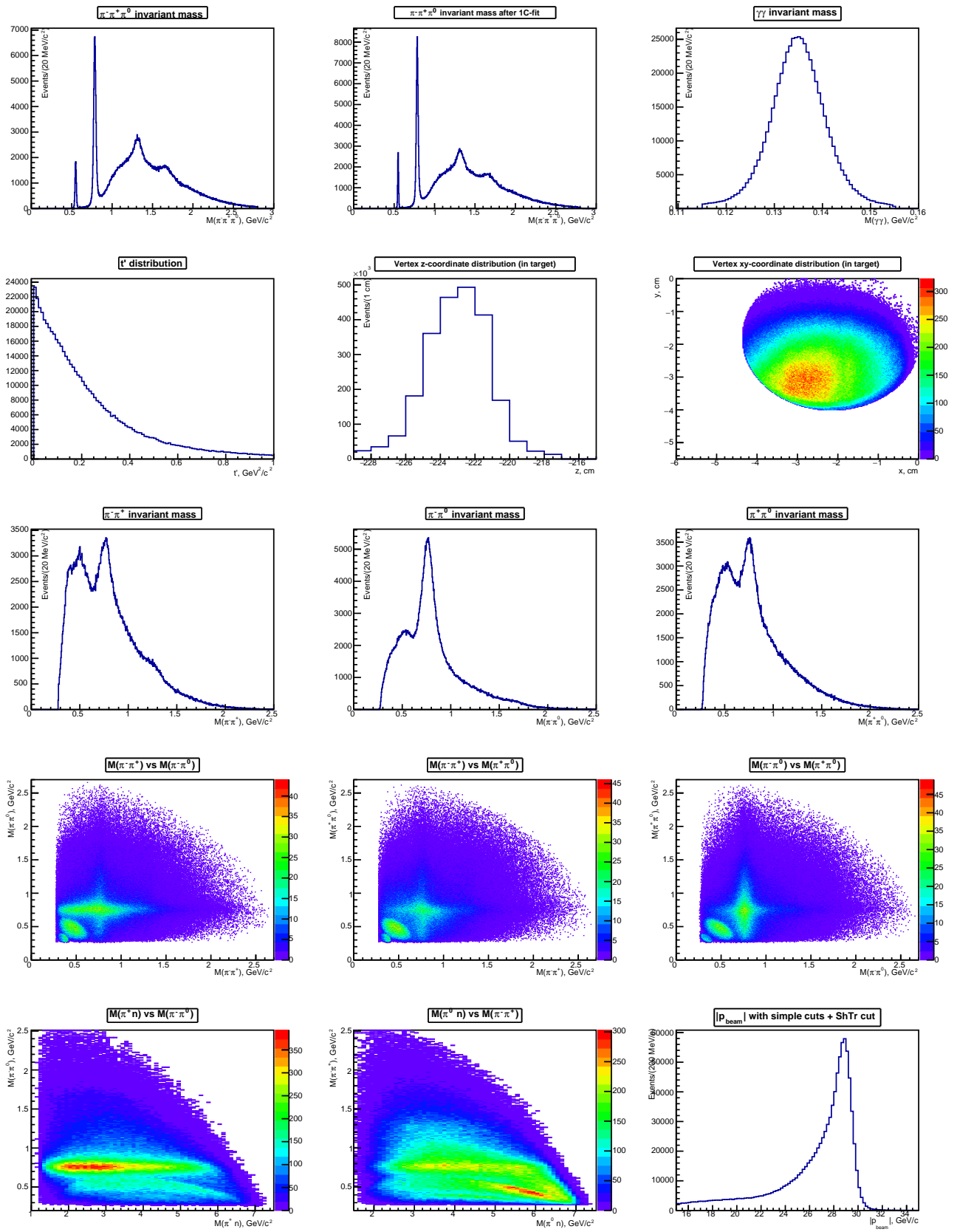


Рис. 2.6: Распределения событий по физическим переменным (47-й сеанс).

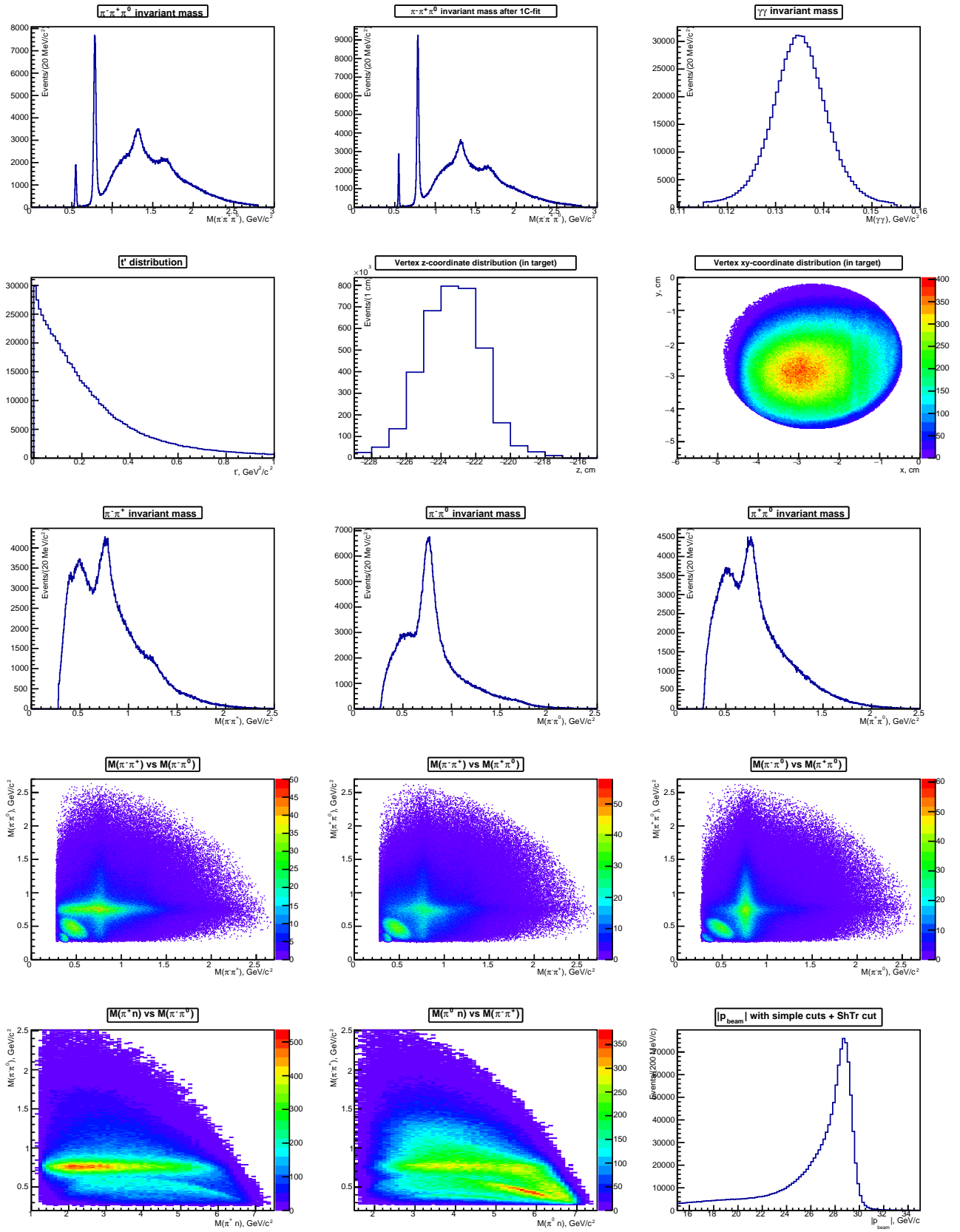
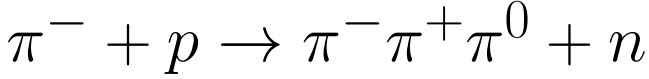


Рис. 2.7: Распределения событий по физическим переменным (48-й сеанс).

Глава 3

Парциально-волновой анализ реакции



3.1 Общее описание метода

Парциально-волновой анализ (далее – ПВА) является одним из способов изучения реакций взаимодействия адронов в физике высоких энергий. Ключевая идея данного подхода – разложение наблюдаемых распределений по кинематическим переменным конечного состояния реакции по специальному базису, каждый вектор которого характеризуется квантовыми числами образованной короткоживущей частицы (в частности, спином резонанса J , его спиральностью Λ , четностью P и изоспином I). Комплексные коэффициенты разложения имеют смысл амплитуд вероятностей перехода в соответствующее конечное состояние, из которых могут быть получены как интенсивность рождения исследуемого резонанса, так и его фаза, гладкое поведение которой как функции инвариантной массы является убедительным указанием на правильность трактовки наблюдаемых данных. Помимо того, что такой подход позволяет сделать вывод о свойствах резонанса, механизме его рождения и распада, он вдобавок решает проблему вырождения по массе (и, вследствие этого, неразличимости в спектре масс) резонансов с различными квантовыми числами, которая особенно актуальна в физике легких мезонов.

3.2 Выбор базиса в пространстве конечных состояний

Рассмотрим реакцию взаимодействия адронов

$$a + b \rightarrow 1 + 2 + 3 + 4, \quad (3.1)$$

где a , 1, 2 и 3 – бесспиновые мезоны, b и 4 – барионы. Применительно к изучаемой в данной работе реакции (1) адрон a является пучковым π^- -мезоном, b – протон мишени, адроны 1, 2 и 3 – образованные π -мезоны, 4 – нейтрон отдачи.

Обозначим импульсы и спиральности [12] участвующих в реакции частиц как $\vec{p}_a, \vec{p}_b, \vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3, \vec{p}_4$ и λ_b и λ_4 соответственно ($\lambda_a = \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$ в силу скалярности перечисленных частиц). В таких обозначениях амплитуда перехода из начального состояния $|\vec{p}_a; \vec{p}_b, \lambda_b\rangle$ в конечное $|\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3; \vec{p}_4, \lambda_4\rangle$ может быть записана в виде

$$f_{\lambda_b \lambda_4} = \langle \vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3; \vec{p}_4, \lambda_4 | \hat{U} | \vec{p}_a; \vec{p}_b, \lambda_b \rangle,$$

где \hat{U} – оператор, описывающий взаимодействие адронов в рассматриваемой реакции, определение свойств и особенностей которого и является целью анализа.

Реакция (3.1) может быть факторизована на рождение трехчастичного состояния $\{123\}$ ($a+b \rightarrow \{123\}+4$) и последующий каскадный распад образованного резонанса на димезон $\{12\}$ и мезон 3 ($\{123\} \rightarrow \{12\} + 3$) с дальнейшим образованием из димезона $\{12\}$ мезонов 1 и 2 конечного состояния ($\{12\} \rightarrow 1 + 2$). В таком представлении конечное состояние реакции (может быть) охарактеризовано инвариантной массой M_{123} тройки мезонов, углами Φ и Θ вылета димезона M_{12} в системе Готфрида-Джексона [13] и, наконец, углами ψ и χ , задающими направление вылета мезона 2 в «helicity frame» [13]. Последовательно переходя от угловых переменных к спином J, j и спиральностям Λ, λ резонанса $\{123\}$ и димезона $\{12\}$ (см. [14]), принимая во внимание быстрое убывание амплитуды с ростом относительного орбитального момента l между димезоном 12 и мезоном 3, а также вводя четность резонанса $\{123\}$ $P = P_1 P_2 P_3 \cdot (-1)^{l+j}$ и характеризуя симметрию реакции числом ε (известным как «reflectivity» и в пределе высоких энергий совпадающим с натуральностью η обменной частицы, см. [13]), получим следующее выражение для амплитуды перехода:

$$f_{\lambda_b \lambda_4} = \sum_{j, \lambda, J, l, \Lambda \geq 0, \varepsilon} \frac{\sqrt{(2j+1)(2l+1)}}{4\pi} d_{\lambda 0}^j \langle l 0, j \lambda | J \lambda \rangle N_{\Lambda} (D_{\Lambda \lambda}^{J*} - \varepsilon D_{\Lambda - \lambda}^J P (-1)^{J+\lambda}) h_{\Lambda \lambda_b \lambda_4}^{J P j l \varepsilon}, \quad (3.2)$$

где $D_{\Lambda-\lambda}^J = D_{\Lambda-\lambda}^J(\Phi, \Theta, \psi)$, $D_{\Lambda\lambda}^{J*} = D_{\Lambda\lambda}^{J*}(\Phi, \Theta, \psi)$ и $d_{\lambda_0}^j = d_{\lambda_0}^j(\chi)$ – D -функции Вигнера, $\langle l_0, j\lambda | J\lambda \rangle$ – коэффициенты Клебша-Гордана, N_Λ – нормировочный коэффициент

$$N_\Lambda = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{если } \Lambda = 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}, & \text{если } \Lambda \neq 0 \end{cases},$$

а $h_{\Lambda\lambda_b\lambda_4}^{JPjl\varepsilon}$ – функция, описывающая динамику распада резонанса и димезона, и определяемая как

$$h_{\Lambda\lambda_b\lambda_4}^{JPjl\varepsilon} \equiv h_{\Lambda\lambda_b\lambda_4}^{JPjl\varepsilon}(s, t, M_{123}, M_{12}) = \langle \vec{p}_{123}, M_{123}, M_{12}, J, \Lambda, \varepsilon, j, l; \vec{p}_4\lambda_4 | \hat{U} | \vec{p}_a; \vec{p}_b, \lambda_b \rangle.$$

Сумма в (3.2) формально является рядом, однако основной вклад в нее вносит конечное число членов. Исключая из этой суммы пренебрежимо малые слагаемые, соответствующие большим значениям J , j и l , получим:

$$f_{\lambda_b\lambda_4} = \sum_{(jn), \lambda, J, l, \Lambda \geq 0, \varepsilon}^{J_{max}, l_{max}} \frac{\sqrt{(2j+1)(2l+1)}}{4\pi} d_{\lambda_0}^j \langle l_0, j\lambda | J\lambda \rangle N_\Lambda (D_{\Lambda\lambda}^{J*} - \varepsilon D_{\Lambda-\lambda}^J P(-1)^{J+\lambda}) h_{\Lambda\lambda_b\lambda_4}^{JP(jn)l\varepsilon},$$

где суммирование по (jn) означает учёт димезонов (называемых в дальнейшем *изобарами*) со спином j , распадающихся на n -ю пару мезонов ($n = 1 \leftrightarrow \{23\}$, $n = 2 \leftrightarrow \{13\}$, $n = 3 \leftrightarrow \{12\}$), а M_n – инвариантная масса этой пары.

В силу независимости распадов $\{123\} \rightarrow \{12\} + 3$ и $\{12\} \rightarrow 1 + 2$ функция $h_{\Lambda\lambda_b\lambda_4}^{JP(jn)l\varepsilon}(s, t, M_{123}, M_n)$ факторизуется:

$$h_{\Lambda\lambda_b\lambda_4}^{JP(jn)l\varepsilon}(s, t, M_{123}, M_n) = \bar{h}_{\Lambda\lambda_b\lambda_4}^{JP(jn)l\varepsilon}(s, t, M_{123}) \cdot BW^{(jn)l}(M_{123}, M_n),$$

где $BW^{(jn)l}(M_{123}, M_n)$ описывает динамику распада изобары, соответствующей (jn) . Данная функция может быть представлена в виде

$$BW^{(jn)l}(M_{123}, M_n) = F_l(M_{123}, M_n, m_2) \cdot F_j(M_{123}, M_n, m_1, m_3) \cdot \Delta(M_n), \quad (3.4)$$

где $F_l(M_{123}, M_n, m_2)$ и $F_j(M_{123}, M_n, m_1, m_3)$ – барьерные факторы Блатта-Вайскопфа (взяты из [15]), подавляющие большие значения относительного орбитального момента l и спина изобары j (являются функциями распадного импульса частиц q в системе центра масс резонанса; их явный вид приведен в [16]) а $\Delta(M_n)$ – форма резонансной кривой изобары.

Вводя для удобства записи суммирования мультииндекс $\alpha = JP l \Lambda \varepsilon(jn)$, получим выражение для амплитуды процесса

$$f_{\lambda_b\lambda_4} = \sum_{\alpha, \lambda} \frac{\sqrt{(2j+1)(2l+1)}}{4\pi} d_{\lambda_0}^j \langle l_0, j\lambda | J\lambda \rangle N_\Lambda (D_{\Lambda\lambda}^{J*} - \varepsilon D_{\Lambda-\lambda}^J P(-1)^{J+\lambda}) \bar{h}_{\lambda_b\lambda_4}^\alpha(s, t, M_{123}) = \sum_\alpha F_\alpha \bar{h}_{\lambda_b\lambda_4}^\alpha(s, t, M_{123}),$$

где введена функция переменных трехчастичного фазового объема, называемая *волной*:

$$F_\alpha = \sum_\lambda \frac{\sqrt{(2j+1)(2l+1)}}{4\pi} d_{\lambda_0}^j(\chi) \langle l_0, j\lambda | J\lambda \rangle N_\Lambda (D_{\Lambda\lambda}^{J*}(\Phi, \Theta, \psi) - \varepsilon D_{\Lambda-\lambda}^J(\Phi, \Theta, \psi) P(-1)^{J+\lambda}) BW^{(jn)l}(M_{123}, M_n).$$

Осуществим переход от пары индексов (j, n) (спин изобары, номер пары мезонов конечного состояния) к легко интерпретируемой и физически более мотивированной паре (I, d) (изоспин резонанса, тип изобары). Изоспин I и его проекция I_z резонанса X могут быть получены по правилу сложения моментов из изоспина изобары d и свободного мезона x : состояние $|I, I_z\rangle_X$ резонанса X в изоспиновом пространстве раскладывается по тензорным произведениям изоспиновых состояний изобары и свободного мезона $|I, I_z\rangle_d \otimes |I, I_z\rangle_x$, причем коэффициентами разложения являются коэффициенты Клебша-Гордана.

В рамках анализа реакции (1) практический интерес представляют только разложения состояний $|0, 0\rangle_X$ и $|1, 0\rangle_X$ (заряд конечного состояния $\pi^- \pi^+ \pi^0$ равен нулю, вследствие чего и проекция изоспина резонанса X обязана быть нулевой; резонансы и изобары с изоспином $I = 2$ в данной работе не рассматриваются).

Случай, когда изобара d является изосинглетом ($I_d = 0$), тривиален:

$$|1, 0\rangle_X = |0, 0\rangle_d \otimes |1, 0\rangle_\pi \equiv d^0 \pi^0,$$

где для упрощения записи выражения состояния изобары d и π -мезона в изоспиновом пространстве заменены на названия соответствующих этим состояниям частиц: $|1, 0\rangle_d \rightarrow d^0$ и $|1, 0\rangle_\pi \rightarrow \pi^0$. Тогда вектор нового базиса конечных состояний совпадает с вектором исходного базиса

$$|JP l \Lambda \varepsilon(I = 1, d)\rangle = |JP l \Lambda \varepsilon(j, n = 3)_d\rangle,$$

а F -функции не преобразуются:

$$F_\beta = F_\alpha,$$

где $\alpha = J^P l \Lambda \varepsilon(jn)$, $\beta = J^P l \Lambda \varepsilon(I, d)$.

Если же изобара образует изотриплет ($I_d = 1$), то, с учетом аналогичной случаю $I_d = 0$ замены состояний на названия частиц, имеем

$$|0,0\rangle_X = \frac{1}{\sqrt{3}} (|1, +1\rangle_d \otimes |1, -1\rangle_\pi + |1, -1\rangle_d \otimes |1, +1\rangle_\pi - |1, 0\rangle_d \otimes |1, 0\rangle_\pi) \equiv \frac{1}{\sqrt{3}} (d^+ \pi^- + d^- \pi^+ - d^0 \pi^0),$$

$$|1,0\rangle_X = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1, +1\rangle_d \otimes |1, -1\rangle_\pi - |1, -1\rangle_d \otimes |1, +1\rangle_\pi) \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (d^+ \pi^- - d^- \pi^+).$$

Тогда в случае $I_d = 1$ связь между векторами состояний базисов с индексами (I, d) и (j, n) выражается следующим образом

$$|J^P l \Lambda \varepsilon(I = 0, d)\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|J^P l \Lambda \varepsilon(j, n = 1)_d\rangle + |J^P l \Lambda \varepsilon(j, n = 2)_d\rangle - |J^P l \Lambda \varepsilon(j, n = 3)_d\rangle),$$

$$|J^P l \Lambda \varepsilon(I = 1, d)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|J^P l \Lambda \varepsilon(j, n = 1)_d\rangle - |J^P l \Lambda \varepsilon(j, n = 2)_d\rangle),$$

а F -функции преобразуются по правилам

$$F_{(\beta|I=0)} = \frac{1}{\sqrt{3}} (F_{(\alpha|n=1)} + F_{(\alpha|n=2)} - F_{(\alpha|n=3)}),$$

$$F_{(\beta|I=1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (F_{(\alpha|n=1)} - F_{(\alpha|n=2)}).$$

Таким образом, базисные вектора в пространстве конечных состояний реакции (1) нумеруются мультииндексом $\beta = J^P l \Lambda \varepsilon(I, d)$, где J – полный угловой момент трехчастичной системы (123), P – пространственная четность системы (123), l – относительный орбитальный момент изобары и свободного π -мезона, $\Lambda = |J_z|$ – модуль проекции полного углового момента системы (123) на ось z системы Готфрида-Джексона, ε – число, отвечающее за симметрию относительно плоскости рождения (123), которое является натуральностью η обменной частицы в низшем порядке по $\frac{1}{s}$ (см. [17]), I – полный изоспин системы (123), d – тип изобары, посредством которой осуществляется распад. Такой же базис был использован для анализа реакции (1) в работе [4], что подтверждает корректность его использования в данной работе.

3.3 Амплитуда реакции и матрица плотности

В терминах функций $F_\beta(\Theta, \Phi, \psi, \chi, M_{123})$ и $\bar{h}_{\lambda_b \lambda_4}^\beta(s, t, M_{123})$ (см. раздел 3.2) амплитуда изучаемого процесса может быть записана в виде

$$f_{\lambda_b \lambda_4} = \sum_\beta F_\beta \bar{h}_{\lambda_b \lambda_4}^\beta(s, t, M_{123}).$$

Плотность вероятности перехода из состояния $|\vec{p}_a, \vec{p}_b\rangle$ в состояние $|\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3, \vec{p}_4\rangle$ в результате взаимодействия, описываемого оператором \hat{U} , равна

$$\omega(\tau) = \sum_{\lambda_b, \lambda_4} f_{\lambda_b \lambda_4}^* f_{\lambda_b \lambda_4},$$

где $\tau = \{s, t, M_{123}, \Theta, \Phi, M_n, \psi, \chi\}$ – набор независимых переменных в фазовом пространстве изучаемой реакции¹. Преобразуем сумму квадратов модулей амплитуд в правой части равенства:

$$\sum_{\lambda_b, \lambda_4} f_{\lambda_b \lambda_4}^* f_{\lambda_b \lambda_4} = \sum_{\lambda_b, \lambda_4} \left(\sum_\beta F_\beta \bar{h}_{\lambda_b \lambda_4}^\beta \right) \left(\sum_{\beta'} F_{\beta'}^* \bar{h}_{\lambda_b \lambda_4}^{\beta'} \right)^* = \sum_{\beta, \beta'} \left(\sum_{\lambda_b, \lambda_4} \bar{h}_{\lambda_b \lambda_4}^\beta (\bar{h}_{\lambda_b \lambda_4}^{\beta'})^* \right) F_\beta F_{\beta'}^*.$$

Вводя матрицу плотности

$$\rho_{\beta\beta'}(s, t, M_{123}) = \sum_{\lambda_b, \lambda_4} \bar{h}_{\lambda_b \lambda_4}^\beta (\bar{h}_{\lambda_b \lambda_4}^{\beta'})^*, \quad (3.7)$$

¹Вообще говоря, аргументами функции ω являются импульсы всех частиц, входящих в реакцию (то есть $\omega = \omega(\vec{p}_a, \vec{p}_b, \vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3, \vec{p}_4)$), однако такой набор переменных, в силу законов сохранения энергии и импульса, не является независимым, в связи с чем осуществлен переход к набору независимых переменных τ .

являющуюся блочно-диагональной по квантовому числу ε ($\rho_{\beta\beta'} = 0$ при $\varepsilon \neq \varepsilon'$), получим окончательное выражение для плотности вероятности изучаемого процесса

$$\omega(\tau) = \sum_{\beta\beta'} \rho_{\beta\beta'}(s, t, M_{123}) F_{\beta}(\tau) F_{\beta'}^*(\tau),$$

из которого, в частности, понятен физический смысл матрицы плотности: ее диагональные элементы ($\rho_{\beta\beta'}, \beta = \beta'$) определяют вероятность перехода в конечное состояние с квантовыми числами β , а недиагональные ($\rho_{\beta\beta'}, \beta \neq \beta'$) описывают степень интерференции конечных состояний с квантовыми числами β и β' . Следовательно, изучение реакции (1) сводится к нахождению матрицы плотности $\rho_{\beta\beta'}(s, t, M_{123})$ на основе данных, полученных в ходе эксперимента.

3.4 Применение метода максимального правдоподобия для нахождения матрицы плотности

Определение матрицы плотности $\rho_{\beta\beta'}$ на основе экспериментальных данных осуществляется при помощи метода максимального правдоподобия. Ниже приведен алгоритм построения оптимизируемой функции правдоподобия.

Поскольку функция $\omega = \omega(\tau)$, определение которой дано в разделе 3.3, является плотностью вероятности, для нее должно выполняться условие нормировки

$$\int d\tau \omega(\tau) = 1,$$

где интегрирование ведется по всему фазовому пространству изучаемой реакции (1).

Подставляя выражение плотности вероятности (3.8) в условие нормировки, получим

$$\sum_{\beta\beta'} \rho_{\beta\beta'} \int d\tau F_{\beta}(\tau) F_{\beta'}^*(\tau) = 1. \quad (3.9)$$

В силу неидеальности установки наблюдаемая в эксперименте плотность вероятности событий $q(\tau)$ отличается от теоретической $\omega(\tau)$:

$$q(\tau) = \frac{A(\tau) \sum_{\beta\beta'} \rho_{\beta\beta'} F_{\beta}(\tau) F_{\beta'}^*(\tau)}{\int d\tau \sum_{\beta\beta'} \rho_{\beta\beta'} F_{\beta}(\tau) F_{\beta'}^*(\tau) A(\tau)}, \quad (3.10)$$

здесь $A(\tau)$ – функция, характеризующая регистрирующую способность установки («акцептанс»). В самой простой реализации она равна 1, если установка способна зарегистрировать событие, соответствующее точке τ фазового пространства реакции, и 0 в противном случае. Интеграл в знаменателе в (3.10) нужен для нормировки наблюдаемой функции распределения $q(\tau)$.

В таком случае расширенная функция правдоподобия для выборки, состоящей из N событий $\{\tau_k\}_{k=1}^N$, определяется следующим образом:

$$L_{ext}(\bar{N}, \rho_{\beta\beta'}) = \frac{\bar{N}^N e^{-\bar{N}}}{N!} \prod_{k=1}^N q(\tau_k). \quad (3.11)$$

Согласно методу максимального правдоподобия, точка максимума функции (3.11) соответствует наилучшей оценке искомых параметров \bar{N} (ожидаемому числу зарегистрированных событий) и $\rho_{\beta\beta'}$ (элементов матрицы плотности).

Глава 4

Особенности анализа реакции $\pi^- + p \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0 + n$ в рамках эксперимента ВЕС

В главе 3 представлена общая методика осуществления парциально-волнового анализа реакции (1). Ниже будут описаны детали реализации ПВА в рамках эксперимента ВЕС.

4.1 Список используемых в анализе изобар и их параметризации

В разделе 3.2 построен базис в пространстве конечных состояний реакции (1). В набор квантовых чисел, характеризующих базисные состояния, входит индекс d , определяющий тип изобары, посредством которой происходит распад образованного в результате взаимодействия резонанса X . В список используемых в анализе изобар включаются мезоны, имеющие канал распада $d \rightarrow \pi\pi$ и не запрещенные законами сохранения квантовых чисел (C -четности, изоспина и пр.). На практике выбор изобар, дающих наибольший вклад в реакцию, осуществляется по спектрам инвариантных масс пар π -мезонов конечного состояния или по диаграмме Далица распада $X \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^0$.

Для описания формы резонансной кривой изобары (см. соотношение (3.4)) во многих случаях используется релятивистская формула Брейта-Вигнера:

$$\Delta(m) = A_0 \frac{m_0 \Gamma_0}{m_0^2 - m^2 - im_0 \Gamma(m)}, \quad (4.1)$$

где m_0 и Γ_0 – ширина и масса резонанса соответственно, $\Gamma(m)$ – динамическая ширина изобары (более подробное описание вариантов этой функции приведено ниже).

В некоторых случаях прибегают к описанию формы резонансной кривой формулой Флатте из [18]. Для описания широкого резонанса σ (также встречается как $EP\text{SM}X$) используется параметризация Ау-Моргана-Пенningтона (см. [19]). При задании ширин возможен выбор между

$$\Gamma(m) = \Gamma_0 \frac{m_0 q}{m q_0} \frac{F_j^2(q)}{F_j^2(q_0)} \quad (4.2)$$

(здесь q_0 – импульс одной из распадных частиц в системе центра масс резонанса при массе резонанса m_0 ; остальные обозначения введены выше),

$$\Gamma(m) = \Gamma_0 \frac{q}{q_0} \frac{F_j^2(q)}{F_j^2(q_0)}, \quad (4.3)$$

и, наконец,

$$\Gamma(m) = \Gamma_0.$$

Список использованных в анализе изобар и их параметризации представлены в таблице 4.1.

Таблица 4.1: Список использованных изобар.

Изобара	Параметризация	Масса m_0 , МэВ/ c^2	Ширина Γ_0 , МэВ/ c^2
σ	Ау-Морган-Пеннингтон	475	550
$\rho(770)$	Брейт-Вигнер (4.1) с шириной (4.3)	768.5	150.7
$f_0(980)$	Флатте с $g_{\pi\pi} = 0.165 \text{ ГэВ}^2$ и $g_{K\bar{K}} = 0.695 \text{ ГэВ}^2$	965	50
$f_2(1270)$	Брейт-Вигнер (4.1) с шириной (4.2)	1275.4	185.2
$\rho_3(1690)$	Брейт-Вигнер (4.1) с шириной (4.3)	1690	190

4.2 Список волн, включенных в анализ

В разделе 3.2 показано, что амплитуда изучаемой реакции может быть разложена по набору функций $\{F_\beta\}$, который формально является бесконечным. В силу того, что анализ с бесконечным набором волн на практике осуществить нельзя, составляется конечный список, содержащий наиболее значимые для изучаемой реакции волны, а также «плоскую» волну $F_{flat} \equiv 1$, компенсирующую неполноту используемого набора волн и подавляющую вклады некоторых фоновых реакций. Основу этого списка в представленном в данной работе анализе составляют волны, использованные в работе [4]. Полный список волн приведен в таблице 4.2.

Таблица 4.2: Список волн, включенных в анализ (обозначения см. в разделе 3.2).

$J^P l \Lambda \varepsilon(I, d)$	Порог по массе, ГэВ/ c^2	$J^P l \Lambda \varepsilon(I, d)$	Порог по массе, ГэВ/ c^2
$0^- S0 + (1, \sigma)$	-	$1^- P0 - (0, \rho(770))$	-
$0^- S0 + (1, f_0(980))$	1.1	$1^- P1 - (0, \rho(770))$	-
$0^- P0 + (1, \rho(770))$	-	$1^+ S1 - (0, \rho(770))$	-
$1^- P1 + (0, \rho(770))$	-	$1^+ S1 - (1, \rho(770))$	-
$1^+ S0 + (0, \rho(770))$	-	$1^+ P1 - (1, \sigma)$	-
$1^+ S1 + (0, \rho(770))$	-	$2^- P1 - (0, \rho(770))$	-
$1^+ S0 + (1, \rho(770))$	-	$2^- P1 - (1, \rho(770))$	-
$1^+ S1 + (1, \rho(770))$	-	$2^+ P0 - (1, f_2(1270))$	1.3
$1^+ P0 + (1, \sigma)$	-	$2^+ P1 - (1, f_2(1270))$	1.3
$1^+ P1 + (1, \sigma)$	-	$2^+ D0 - (1, \rho(770))$	-
$2^- P0 + (0, \rho(770))$	-	$2^+ D1 - (1, \rho(770))$	-
$2^- P1 + (0, \rho(770))$	-	$3^- P0 - (0, \rho_3)$	1.7
$2^- S0 + (1, f_2(1270))$	1.3	$3^- P1 - (0, \rho_3)$	1.7
$2^- P0 + (1, \rho(770))$	-	$3^- F0 - (0, \rho(770))$	-
$2^- P1 + (1, \rho(770))$	-	$3^- F1 - (0, \rho(770))$	-
$2^+ P1 + (1, f_2(1270))$	1.3	$5^- F0 - (0, \rho_3)$	1.7
$2^+ D1 + (1, \rho(770))$	-	$5^- F1 - (0, \rho_3)$	1.7
$3^- P1 + (0, \rho_3)$	1.7	$5^- H0 - (0, \rho(770))$	-
$3^- F1 + (0, \rho(770))$	-	$5^- H1 - (0, \rho(770))$	-
$3^+ S0 + (1, \rho_3)$	1.7		
$3^+ P0 + (1, f_2(1270))$	1.3		
$3^+ D0 + (1, \rho(770))$	-		
$3^+ F0 + (1, \sigma)$	-		
$4^+ F1 + (1, f_2(1270))$	1.3		
$4^+ G1 + (1, \rho(770))$	-		
$5^- F1 + (0, \rho_3)$	1.7		
$5^- H1 + (0, \rho(770))$	-		

4.3 Переход к переменной t'

В разделе 3.3 показано, что одним из аргументов матрицы плотности $\rho_{\beta\beta'}$ является квадрат переданного 4-импульса $t = (p_{123} - p_a)^2$. При заданных значениях s , m_a , m_b , m_4 и M_{123} (реакция (3.1) может быть рассмотрена как реакция $2 \rightarrow 2$: $a + b \rightarrow \{123\} + 4$) переменная t принадлежит отрезку $[t_-, t_+]$, границы которого соответствуют рождению системы (123) по направлению движения пучка и противоположно этому направлению [20]. Однако с практической точки зрения удобен переход от отрицательной переменной t к положительно определенной переменной t' , связанной с t следующим образом:

$$t' = t_+ - t.$$

Очевидно, что такое преобразование переведет диапазон изменения переменной t на положительную полуось. Далее будем считать, что $\rho = \rho(s, t', M_{123})$

4.4 Диапазоны изменения переменных $M_{3\pi}$ и t' и их разбиение

Как уже было отмечено в разделе 3.3, основная информация о реакции содержится в матрице плотности $\rho_{\beta\beta'}(s, t', M_{123})$. В силу того, что экспериментальные данные получены на установке *BEC* с фиксированной мишенью и монохроматичным пучком π^- -мезонов с импульсом $p = 29$ ГэВ/с, $s = m_p^2 + m_\pi^2 + 2m_p E = const \approx 55.3$ ГэВ²/с⁴ для всех сеансов, данные которых использованы в анализе, поэтому зависимость матрицы плотности от s в данной работе не исследуется. Для получения зависимости $\rho_{\beta\beta'}(s, t', M_{123})$ от переменных t' и M_{123} производится бинирование интересующего диапазона переменных $0 \text{ ГэВ}^2/\text{с}^2 < t' < 1.2 \text{ ГэВ}^2/\text{с}^2$ и $0.5 \text{ ГэВ}/\text{с}^2 < M(\pi^- \pi^+ \pi^0) < 2.7 \text{ ГэВ}/\text{с}^2$: диапазон $t' = [0; 1.2) \text{ ГэВ}^2/\text{с}^2$ представляется в виде объединения 10 полуинтервалов $[0; 0.03) \cup [0.03; 0.06) \cup [0.06; 0.09) \cup [0.09; 0.13) \cup [0.13; 0.17) \cup [0.17; 0.22) \cup [0.22; 0.28) \cup [0.28; 0.37) \cup [0.37; 0.55) \cup [0.55; 1.2) \text{ ГэВ}^2/\text{с}^2$, диапазон $M_{123} = [0.5; 2.7] \text{ ГэВ}/\text{с}^2$ разбивается на 110 отрезков длиной $20 \text{ МэВ}/\text{с}^2$, а затем данные распределяются по указанным бинам и в каждом из них находится своя матрица плотности $\rho_{\beta\beta'}(\bar{t}', \bar{M}_{123})$ (\bar{t}' , \bar{M}_{123} – средние значения t' и M_{123} соответственно в данном бине).

4.5 Программная реализация анализа

4.5.1 Описание основного комплекса программ

Комплекс программ, используемых для анализа реакции 1, описан в работе [21] и реализован автором для осуществления ПВА на основе экспериментальных данных, полученных на установке *BEC*. Фреймворк дополнен возможностью использования в качестве одного из индексов, нумерующих базисные вектора в пространстве конечных состояний, изоспина резонанса I (см. раздел 3.2). Внесенные изменения, а также материалы, подтверждающие корректность работы модифицированной версии фреймворка, приведены в [9].

4.5.2 Формулировка задачи оптимизации в терминах приведенной матрицы плотности

Как было показано в разделе 3.4, задача нахождения матрицы плотности $\rho_{\beta\beta'}$ сводится к определению точки максимума функции правдоподобия (3.11).

Однако при решении поставленной задачи оптимизации необходим учёт условия нормировки (3.9), которое накладывает ограничения на значения элементов матрицы плотности.

С целью устранения упомянутой проблемы производится переход к новому набору переменных

$$\bar{\rho}_{\beta\beta'} = \rho_{\beta\beta'} \frac{\bar{N}}{\int d\tau \sum_{\gamma\gamma'} \rho_{\gamma\gamma'} F_\gamma(\tau) F_{\gamma'}^*(\tau) A(\tau)}, \quad (4.4)$$

который образует *приведённую матрицу плотности*. Диагональные элементы построенной матрицы $\bar{\rho}_{\beta\beta'}$ имеют физический смысл среднего числа исходных событий в соответствующей волне.

Среднее число зарегистрированных событий \bar{N} однозначно выражается через элементы $\bar{\rho}_{\beta\beta'}$:

$$\begin{aligned} \bar{N} &= \bar{\rho}_{\beta\beta'} \frac{\int d\tau \sum_{\gamma\gamma'} \rho_{\gamma\gamma'} F_\gamma(\tau) F_{\gamma'}^*(\tau) A(\tau)}{\rho_{\beta\beta'}} = \\ &= \sum_{\gamma\gamma'} \left(\rho_{\gamma\gamma'} \frac{\bar{N}}{\int d\tau \sum_{\delta\delta'} \rho_{\delta\delta'} F_\delta(\tau) F_{\delta'}^*(\tau) A(\tau)} \right) \int d\tau A(\tau) F_\gamma(\tau) F_{\gamma'}^*(\tau) = \sum_{\gamma\gamma'} \bar{\rho}_{\gamma\gamma'} \int d\tau A(\tau) F_\gamma(\tau) F_{\gamma'}^*(\tau). \end{aligned}$$

Из (4.4) также следует, что через элементы приведённой матрицы плотности выражаются и $\rho_{\beta\beta'}$:

$$\rho_{\beta\beta'} = \frac{\bar{\rho}_{\beta\beta'}}{\sum_{\gamma\gamma'} \bar{\rho}_{\gamma\gamma'} \int d\tau F_\gamma(\tau) F_{\gamma'}^*(\tau)}. \quad (4.5)$$

Из последнего равенства видно, что условие (3.9) выполнено автоматически.

В итоге логарифм расширенной функции правдоподобия (3.11) запишется в виде

$$\ln L_{ext}(\bar{\rho}_{\beta\beta'}) = - \left(\sum_{\beta\beta'} \bar{\rho}_{\beta\beta'} \int d\tau A(\tau) F_\beta(\tau) F_{\beta'}^*(\tau) \right) + \sum_{k=1}^N \ln \left(A(\tau_k) \sum_{\beta\beta'} \bar{\rho}_{\beta\beta'} F_\beta(\tau_k) F_{\beta'}^*(\tau_k) \right), \quad (4.6)$$

а задача оптимизации сведется к поиску точки максимума функции $\ln L_{ext}(\bar{\rho}_{\beta\beta'})$.

В силу свойств логарифма в выражении (4.6) осуществляется замена:

$$\ln \left(A(\tau_k) \sum_{\beta\beta'} \bar{\rho}_{\beta\beta'} F_\beta(\tau_k) F_{\beta'}^*(\tau_k) \right) \rightarrow \ln \left(\sum_{\beta\beta'} \bar{\rho}_{\beta\beta'} F_\beta(\tau_k) F_{\beta'}^*(\tau_k) \right).$$

4.5.3 Описание процедуры вычисления интегралов нормализации и акцептанса

Ясно, что для максимизации функции (4.6) по параметрам $\bar{\rho}_{\beta\beta'}$ необходимо вычислить интегралы акцептанса $\int d\tau A(\tau)F_{\beta}(\tau)F_{\beta'}^*(\tau)$. В силу громоздкости функций $F_{\beta}(\tau)$, а также отсутствия аналитического вида функции $A(\tau)$, вычисление указанных интегралов производится методом Монте-Карло.

При генерации событий для подсчета интегралов в первую очередь считывается информация о вершине взаимодействия и импульсе пучка из дерева пучка, полученного из экспериментальных данных. Затем случайным образом генерируется значение переменной $t = (p_{beam} - p_{123})^2$ (p_{beam} и p_{123} – 4-импульсы пучковой частицы и системы $\{123\}$ соответственно). Из закона сохранения 4-импульса ($c = 1$)

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{beam} \\ \vec{p}_{beam} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_p \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{123} \\ \vec{p}_{123} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_n \\ \vec{p}_n \end{pmatrix}$$

следует, что задание переменной t позволяет однозначно определить энергию и модуль импульса нейтрона отдачи

$$\varepsilon_n = \frac{m_p^2 + m_n^2 - t}{2m_p} \text{ и } |\vec{p}_n| = \sqrt{\varepsilon_n^2 - m_n^2},$$

а, следовательно, и энергию системы $\{123\}$

$$\varepsilon_{123} = \varepsilon_{beam} + m_p - \varepsilon_n = \varepsilon_{beam} + m_p - \frac{m_p^2 + m_n^2 - t}{2m_p}.$$

На следующем шаге случайным образом генерируется масса M_{123} , по которой однозначно определяется импульс системы $\{123\}$

$$|\vec{p}_{123}| = \sqrt{\varepsilon_{123}^2 - M_{123}^2}$$

и угол между \vec{p}_{beam} и \vec{p}_{123} :

$$\cos \theta_{123} = \frac{|\vec{p}_{beam}|^2 + |\vec{p}_{123}|^2 - |\vec{p}_n|^2}{2|\vec{p}_{beam}||\vec{p}_{123}|}.$$

Затем генерируется азимутальный угол Φ_{123} и по нему определяются 4-вектора p_{123} и p_n .

После этого осуществляется распад $\{123\}$, который в системе центра масс $\{123\}$ описывается при помощи двух существенных переменных s_{12} и s_{13} . Плотность трехчастичного фазового объёма по этим переменным постоянна, поэтому события для вычисления интегралов генерируются равномерно по кинематически разрешенной области в пространстве переменных (s_{12}, s_{13}) . Определение этих переменных однозначно задаёт значения модулей всех трех импульсов и углов между ними. Вследствие изотропности распада в системе центра масс $\{123\}$, направление импульса π^- -мезона конечного состояния генерируется случайным образом (для этого задаются 2 угла), затем – импульса π^+ (ещё 1 угол), а импульс π^0 получается из условия, что сумма импульсов трёх частиц в системе их центра масс равна нулю. На последнем шаге осуществляется распад $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$. Сгенерированные в системе центра масс $\{123\}$ импульсы частиц при помощи преобразования Лоренца переносятся в лабораторную систему.

Полученное событие подается на вход модели установки *BEC*, реализованной в *GEANT*, где моделируются отклики детекторов, затем событие реконструируется и полученные в результате реконструкции переменные подаются на вход программе, отбирающей события – это позволяет определить значение функции $A(\tau)$ в данной точке. Сгенерировав N_0 событий, мы сможем получить следующую численную оценку интеграла акцептанса:

$$\int d\tau A(\tau)F_{\beta}(\tau)F_{\beta'}^*(\tau) = \frac{V_{phase\ space}}{N_0} \cdot \sum_{m=1}^{N_0} A(\tau_m)F_{\beta}(\tau_m)F_{\beta'}^*(\tau_m),$$

где $A(\tau_m) = 1$, если m -е сгенерированное событие удовлетворяет условиям отбора, перечисленным в разделе 2.2, и $A(\tau_m) = 0$ в противном случае, а $V_{phase\ space}$ – полный фазовый объём.

После подстановки значений интегралов акцептанса, вычисленным методом Монте-Карло, выражение для логарифма расширенной функции правдоподобия (4.6) становится функцией только элементов приведенной матрицы плотности $\bar{\rho}_{\beta\beta'}$. Для нахождения её максимума используется пакет, описанный в [22].

Определение значений интегралов нормализации $\int d\tau F_{\beta}(\tau)F_{\beta'}^*(\tau)$, необходимых для перехода от приведенной матрицы плотности $\bar{\rho}_{\beta\beta'}$ к истинной $\rho_{\beta\beta'}$ (см. (4.5)) осуществляется аналогичным образом, исключая процедуру моделирования откликов установки и последующей реконструкции событий.

4.6 Реализация парциально-волнового анализа на основе данных нескольких сеансов

Парциально-волновой анализ реакции (1), результаты которого представлены в работе, осуществлен на основе данных четырех физических сеансов (см. главу 2.1). В силу того, что во всех сеансах параметры

установки (и, соответственно, их модели) различны, значения интегралов аксептанса $\int d\tau A(\tau)F_i(\tau)F_j^*(\tau)$ зависят от номера сеанса, что не позволяет составить функцию правдоподобия (3.11). Решение указанной проблемы заключается в использовании в соотношении (4.6) взвешенной по потокам пучка в сеансах матрицы интегралов аксептанса. Используемые коэффициенты взвешивания относятся как 1 : 0.51 : 0.3 : 0.52 для 44, 45, 47 и 48 сеансов соответственно.

4.7 Ранг матрицы плотности

Из определения матрицы плотности (3.7) видно, что $\rho_{\beta\beta'} = (\rho_{\beta'\beta})^*$, то есть оператор $\hat{\rho}$ является эрмитовым. Из определения приведённой матрицы плотности $\bar{\rho}_{\beta\beta'}$ и эрмитовости оператора $\hat{\rho}$ следует эрмитовость $\hat{\bar{\rho}}$. Как известно из линейной алгебры, всякий эрмитов оператор \hat{X} , действующий в пространстве размерности r , можно представить в виде

$$(\hat{X})_{ij} = \sum_{k=1}^r \lambda_{(k)} V_i^{(k)} (V_j^{(k)})^*,$$

где $\lambda_{(k)}$ и $V_{(k)}$ ($k = \overline{1, r}$) – собственные значения и соответствующие им собственные векторы оператора \hat{X} (собственные значения в наборе $\{\lambda_{(k)}\}_{k=1}^r$ могут повторяться, а все собственные векторы $\{V_k\}_{k=1}^r$ попарно ортогональны и нормированы). Таким образом, задача нахождения матрицы $\bar{\rho}_{\beta\beta'}$ эквивалентна определению r комплексных r -мерных собственных векторов оператора $\hat{\bar{\rho}}$, где r – количество волн, включенных в анализ.

Поскольку число r в типичном парциально-волновом анализе (в том числе в представленном в данной работе, см. раздел 4.2) достигает нескольких десятков, поиск всех собственных векторов и собственных значений становится слишком громоздким с вычислительной точки зрения. Опыт проведения ПВА показывает, что для получения физически осмысленного результата достаточно составить приведённую матрицу плотности $\bar{\rho}$ из единственного комплексного вектора V (в таком случае $\text{rank } \bar{\rho} = \text{rank } \rho = 1$) следующим образом:

$$\bar{\rho}_{\beta\beta'}(\bar{t}', \bar{M}_{123}) = V_{\beta} (V_{\beta'})^*. \quad (4.7)$$

Описанный подход существенно уменьшает вычислительную сложность задачи без значительных потерь качества получаемого решения.

Сравнение определения матрицы плотности (3.7) и выражения (4.7) приводит к выводу о физическом смысле вектора V в подходе с $\text{rank } \rho = 1$: компонента V_{β} данного вектора с точностью до нормировочных множителей из (4.4) и усреднения по спиральностям нуклонов λ_b и λ_4 соответствует амплитуде волны с квантовыми числами β .

В данной работе используется упрощенное представление приведённой матрицы плотности (4.7), в связи с чем $\text{rank } \rho = 1$, а сам анализ сводится к нахождению элементов комплексного r -мерного вектора V в каждом бине по M_{123} и t' (см. раздел 4.4), компоненты которого имеют смысл амплитуд волн, включенных в анализ.

4.8 Неопределенность глобальной фазы. Выбор опорных волн

Из выражения (4.7) видно, что фазы амплитуд волн, находящихся в одном блоке по натуральности ($\varepsilon = \pm 1$), могут быть одновременно изменены в каждом бине на одно и то же число $\varphi_{\varepsilon}(\bar{t}', \bar{M}_{123})$ без изменения элементов матрицы плотности. С целью устранить неопределённость в выборе вектора V_{β} в каждом блоке по натуральности выбирается волна, относительно которой вычисляются фазы амплитуд всех остальных волн. Такие волны называются *опорными*.

В качестве опорных волн выбираются волны с наибольшей интенсивностью, которые характеризуются гладким поведением фазы. Чаще всего основной вклад в такие волны дают резонансы с большой шириной ($\Gamma \sim 100$ МэВ) и нерезонансные структуры. Описанный подход позволяет минимизировать ошибки определения фаз остальных волн, а также не исказить поведение фаз амплитуд волн как функций трёхчастичной массы.

В данной работе опорными волнами в ходе парциально-волнового анализа являются $0^-P0 + (1, \rho(770))$ и $1^+S1 - (0, \rho(770))$ в блоках $\varepsilon = +1$ и $\varepsilon = -1$ соответственно (полный набор волн приведен в таблице 4.2). Для простоты набор опорных волн одинаков во всех бинах.

Глава 5

Извлечение характеристик резонансов из амплитуд волн

Результатом парциально-волнового анализа реакции (1) в упрощающем предположении $rank \rho = 1$ является набор комплексных векторов $V = V(t', M_{123})$ ($s = const$; см. раздел 4.4), составленных, как было показано в разделе (4.7), из амплитуд включённых в анализ волн.

Для получения из векторов $V = V(t', M_{123})$ физически интерпретируемой информации (масс резонансов, их ширин, сечений рождения) необходимо рассмотрение их компонент как функций переменных t' и M_{123} .

5.1 Анализ интенсивностей волн

Наиболее простым способом извлечения характеристик образуемых в реакции 1 резонансов является переход от амплитуд волн V_β к их интенсивностям

$$I_\beta(M_{123}) = \sum_{t'} V_\beta(t', M_{123}) V_\beta^*(t', M_{123}),$$

где суммирование ведётся по всем t' -бинам из 4.4 (суммирование по индексу β нет), с последующим независимым фитированием интересующих интенсивностей $I_\beta(M_{123})$ некогерентной суммой различных модификаций распределения Брейта-Вигнера (по числу ожидаемых резонансов в волне) и фона (как правило, полиномиальной формы). Результаты применения описанного подхода при анализе изучаемой реакции (1) представлены в работе [9].

5.2 Анализ амплитуд волн

5.2.1 Построение теоретической модели амплитуды волны

Как известно (см. раздел «Resonances» в [23]), комплексная амплитуда реакции как функция инвариантной массы (в нашем случае M_{123}) меняет абсолютную фазу на π при значении аргумента, равном массе резонанса, образующегося в реакции. В связи с этим утверждения относительно рождения новых резонансов могут считаться полностью обоснованными только в том случае, если они сделаны на основе анализа и действительной, и мнимой части амплитуды реакции. В ходе данной работы реализовано и применено несколько различных подходов, основанных на сравнении теоретических амплитуд и результатов парциально-волнового анализа, с целью детального изучения резонансной структуры реакции (1).

Везде ниже для амплитуды волны, соответствующей мультииндексу β , используется следующее представление:

$$V_\beta^{th}(t', M_{123}) = CB_\beta(t') \cdot BG(M_{123}|\vec{c}) + \sum_k CR_\beta^k(t') \cdot BW_k(M_{123}|m_0, \Gamma_0), \quad (5.1)$$

где $BW_k(M_{123}|m_0, \Gamma_0)$ – комплекснозначная функция трехчастичной массы M_{123} , описывающая форму резонанса массой m_0 и шириной Γ_0 , $BG(M_{123}|\vec{c})$ – действительная функция, моделирующая вклад фона в амплитуду рассматриваемой волны, вид которой определяется набором действительных параметров \vec{c} , а $CB_\beta(t')$ и $CR_\beta^k(t')$ – комплексные нормировочные множители, определяющие величину и фазу вкладов фона и резонансов соответственно в каждом t' -бине (см. раздел 4.4); суммирование ведётся по всем наблюдаемым в данной волне резонансам.

5.2.2 Фитирование элементов матрицы плотности

Один из методов извлечения характеристик резонансов из амплитуд основан на сравнении матрицы плотности $\rho_{\beta\beta'}^{th}(t', M_{123})$, полученной в результате парциально-волнового анализа (см. (4.7)), с теоретической мат-

рицей плотности

$$\rho_{\beta\beta'}^{th}(t', M_{123}) = V_{\beta'}^{th}(t', M_{123}) \cdot (V_{\beta}^{th}(t', M_{123}))^*$$

на основе критерия хи-квадрат:

$$\chi^2 = \sum_{t'} \sum_{M_{3pi}} \sum_{\beta, \beta'} \left(\frac{Re(\rho_{\beta\beta'}(M_{3pi}, t') - \rho_{\beta\beta'}^{th}(M_{3pi}, t'))}{\sigma_{Re\rho_{\beta\beta'}}(M_{3pi}, t')} \right)^2 + \left(\frac{Im(\rho_{\beta\beta'}(M_{3pi}, t') - \rho_{\beta\beta'}^{th}(M_{3pi}, t'))}{\sigma_{Im\rho_{\beta\beta'}}(M_{3pi}, t')} \right)^2 \rightarrow min \quad (5.2)$$

(суммирование ведётся по всем t' и $M_{3\pi}$ бинам из 4.4, а также по интересующим волнам с мультииндексами β и β' из набора волн 4.2; при $\beta = \beta'$ вклад в χ^2 ошибки мнимой части матрицы плотности равен нулю). Массы и ширины искомого резонансов определяются координатами точки минимума функции (5.2), а их сечения определяются коэффициентами CR_{β}^k .

Такой подход позволяет симметричным образом учесть амплитуды всех интересующие волн, а также может быть легко расширен для случаев $rank \rho > 1$, однако не учитывает корреляции элементов матрицы плотности (в ходе парциально-волнового анализа независимыми являются компоненты вектора V_{β} , а не матрицы $\rho_{\beta\beta'}$), а в случае, когда число фитируемых волн N_{fit} (по мультииндексам которых ведётся суммирование в (5.2)) значительно превосходит ранг матрицы плотности (в нашем случае $rank \rho = 1$), недиагональные элементы матрицы плотности $\rho_{\beta\beta'}$ ($\beta \neq \beta'$), описывающие интерференцию волн, приобретают больший вес ($\sim N_{fit}^2$) по сравнению с диагональными элементами $\rho_{\beta\beta}$ ($\sim N_{fit}$), что может привести к ухудшению описания интенсивностей волн.

5.2.3 Фитирование амплитуд волн с опорной волной

С целью учесть корреляции амплитуд волн, а также устранить искусственно большой вклад слагаемых, ответственных за учёт интерференции, переходят от сравнения элементов матриц плотности к сравнению амплитуд волн на основе критерия хи-квадрат:

$$\chi^2 = \sum_{t'} \sum_{M_{3pi}} \sum_{\beta, \beta'} \left(\tilde{V}_{\beta}(t', M_{3pi}) - \tilde{V}_{\beta}^{th}(t', M_{3pi}) \right) \cdot cov_{\beta\beta'}^{-1}(t', M_{3pi}) \cdot \left(\tilde{V}_{\beta'}(t', M_{3pi}) - \tilde{V}_{\beta'}^{th}(t', M_{3pi}) \right) \rightarrow min, \quad (5.3)$$

где $\tilde{V}_{\beta}(t', M_{3pi})$ и $\tilde{V}_{\beta}^{th}(t', M_{3pi})$ – вектора, составленные из действительных и комплексных частей компонент векторов $V_{\beta}(t', M_{3pi})$ и $V_{\beta}^{th}(t', M_{3pi})$ соответственно, $cov_{\beta\beta'}(t', M_{3pi})$ – ковариационная матрица амплитуд волн; суммирование ведётся по всем t' и $M_{3\pi}$ бинам из 4.4, а также по интересующим волнам с мультииндексами β и β' из набора волн 4.2.

В силу неизвестности глобальной фазы в каждом блоке по натуральности имеется по одной опорной волне (см. раздел 4.8), мнимые части амплитуд которых равны нулю:

$$\exists \beta_{key}^+, \beta_{key}^- : Im V_{\beta_{key}^{\pm}}(t', M_{3pi}) \equiv 0. \quad (5.4)$$

С точки зрения результатов парциально-волнового анализа выбор опорной волны должен сопровождаться изменением фаз амплитуд всех волн во всех бинах в соответствии с требованием (5.4). При этом вычисленные в соответствии с выбранной моделью теоретические амплитуды волн должны быть преобразованы по правилу

$$V_{\beta_{key}^{\pm}}^{th} \rightarrow V_{\beta_{key}^{\pm}}^{th} \cdot \exp(-i\varphi_{key^{\pm}}^{th}(t', M_{3pi})),$$

где

$$\varphi_{key^{\pm}}^{th}(t', M_{3pi}) = arg(V_{\beta_{key}^{\pm}}^{th}(t', M_{3pi})).$$

Описанный подход позволяет учесть корреляции амплитуд волн, получающихся в результате парциально-волнового анализа изучаемой реакции (при вычислении (5.3) используется ковариационная матрица), а также избежать большого веса ошибок, связанных с описанием интерференции волн, даже при $N_{fit} \gg 1$. Недостатком такого подхода является неопределенность в выборе опорных волн, от которого зависит корректность и стабильность получаемого решения.

5.2.4 Фитирование амплитуд волн без опорной волны

Для устранения неопределенности в выборе опорных волн подход, описанный в разделе 5.2.3, модифицируется следующим образом: во всех бинах (см. раздел 4.4) в каждом блоке по натуральности добавляется один оптимизируемый параметр $\delta\varphi^{\pm}(t', M_{3pi})$, имеющий смысл разности фаз между амплитудами, полученными в результате парциально-волнового анализа (называемыми также экспериментальными), и амплитудами, вычисленными согласно модели (5.1) (теоретическими). Одновременно с этим мнимым частям амплитуд волн, выбранным в качестве опорных в ходе парциально-волнового анализа, приписывается ненулевая ошибка, вследствие чего фит приобретает дополнительные степени свободы, что позволяет улучшить описание

экспериментальных данных, решить проблему неоднозначности выбора опорных волн и извлечь наиболее корректные характеристики резонансов.

Единственным существенным недостатком описанного подхода является вычислительная сложность минимизации χ^2 , построенного в соответствии с (5.3), вызванная большим количеством свободных параметров. Вследствие этого на практике применяется комбинированный подход: сначала применяется подход со свободными фазами $\delta\varphi^\pm(t', M_{3pi})$ для определения наилучших опорных волн в каждом бине, а затем на основе полученного набора опорных волн применяется метод извлечения характеристик резонансов, описанный в разделе 5.2.3.

Оба подхода (разделы 5.2.3 и 5.2.4) разработаны и имплементированы Рябчиковым Д. И. для анализа результатов экспериментов ВЕС и Compass [24].

5.3 Параметризация резонансов

Форма резонанса a_2 описывается выражением

$$I(m) = I_0 \frac{m_0^2 \Gamma_0 \Gamma_{\rho\pi}(m)}{(m_0^2 - m^2)^2 + m_0^2 \Gamma_{tot}^2(m)},$$

где $\Gamma_{tot} = 0.145 \cdot \Gamma_{\eta\pi}(m) + 0.701 \cdot \Gamma_{\rho\pi}(m)$, а $\Gamma_{\eta\pi}(m)$ и $\Gamma_{\rho\pi}(m)$ задаются формулой (4.2).

Для формы резонанса ω_3

$$I(m) = I_0 \frac{m_0^2 \Gamma_0 \Gamma_{\rho\pi}(m)}{(m_0^2 - m^2)^2 + m_0^2 \Gamma_{\rho\pi}^2(m)},$$

где использованы те же обозначения, что и выше.

Формы резонансов ω -серии заданы в соответствии с релятивистским распределением Брейта-Вигнера:

$$I(m) = I_0 \frac{k}{(m^2 - m_0^2)^2 + m_0^2 \Gamma^2},$$

где $k = \frac{2\sqrt{2}m_0\Gamma\gamma}{\pi\sqrt{m_0^2+\gamma}}$ и $\gamma = \sqrt{m_0^2(m_0^2 + \Gamma^2)}$.

Глава 6

Результаты парциально-волнового анализа

Результаты ПВА реакции (1) на основе данных, полученных в ходе эксперимента *BES* (см. главу 2), приведены в следующем формате: для каждой волны, включённой в анализ (см. раздел 4.2), представлены её интенсивности в t' -бинах как функции трёхчастичной массы $M_{3\pi}$ (10 гистограмм, по числу t' -бинов; см. раздел 4.4), полная интенсивность (1 гистограмма) и фаза волны, усреднённая по всем t' -бинам (1 гистограмма). На всех гистограммах по горизонтали отложена инвариантная масса $M_{3\pi}$, диапазон её изменения $0.9 \text{ ГэВ}/c^2 < M_{3\pi} < 2.7 \text{ ГэВ}/c^2$; диапазон $0.5 \text{ ГэВ}/c^2 < M_{3\pi} < 0.9 \text{ ГэВ}/c^2$ не рассматривается в силу отсутствия вкладов интересных резонансов (рождение резонансов $\eta(550)$ и $\omega(782)$ в реакции 1 изучено в работе [9]).

Ниже показаны интенсивности и усреднённые фазы доминирующих волн с квантовыми числами $J^P I = 1^- 0, 2^+ 1$ и $3^- 0$ (сначала волны из блока $\eta = +1$, затем $-\eta = -1$). В перечисленных волнах наблюдаются вклады резонансов серии ω , $a_2(1320)$ и $\omega_3(1650)$ соответственно. Тщательный анализ амплитуд данных волн (с указанием характеристик наблюдаемых резонансов) проведён в главе 7.

Результаты ПВА для остальных значимых волн представлены в главе 9. Интенсивности и фазы всех волн, включённых в анализ, размещены в [25].

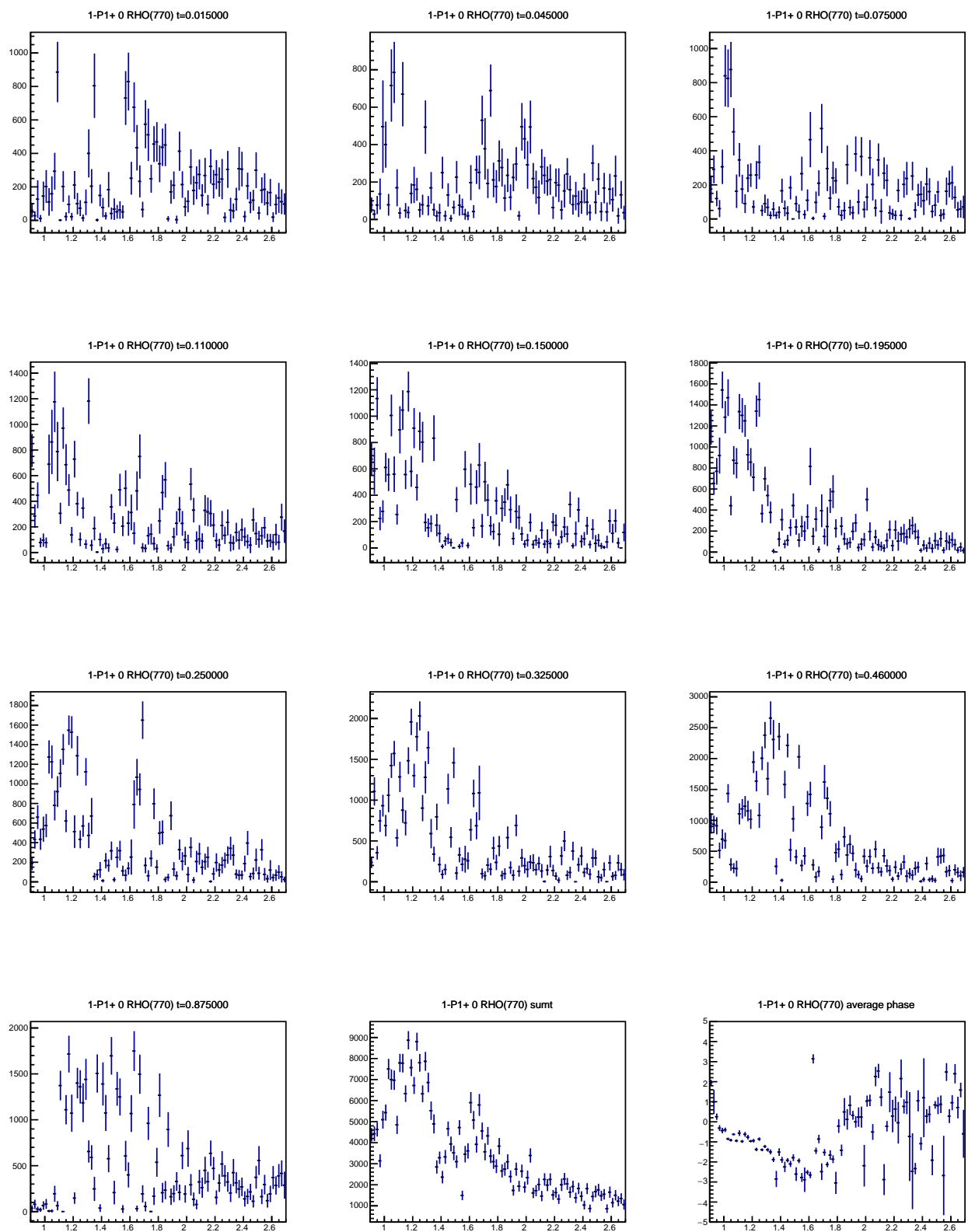


Рис. 6.1: Интенсивности и усреднённая фаза волны $1^-P1 + (0, \rho)$

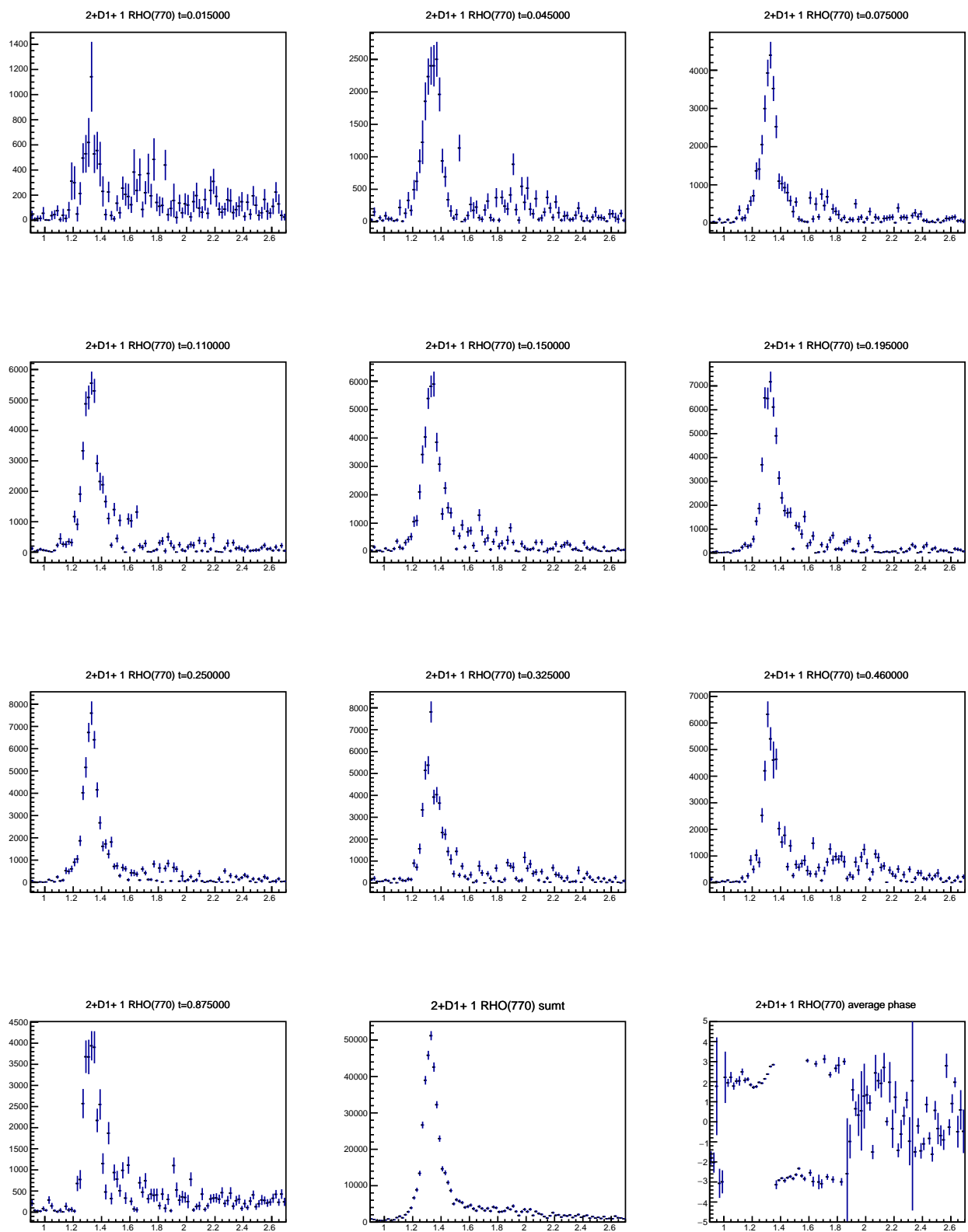


Рис. 6.2: Интенсивности и усреднённая фаза волны $2^+D1 + (1, \rho)$

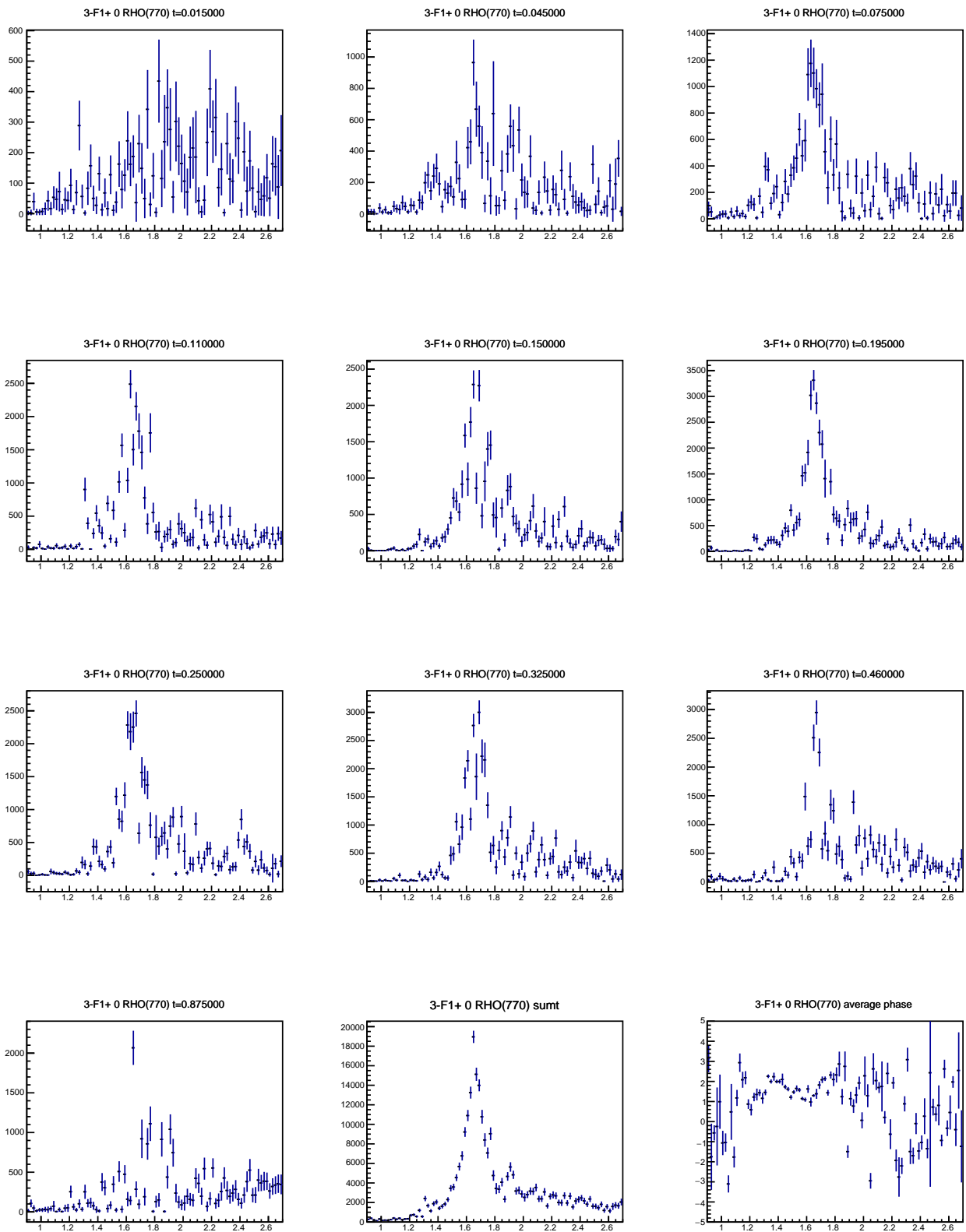


Рис. 6.3: Интенсивности и усреднённая фаза волны $3^-F1 + (0, \rho)$

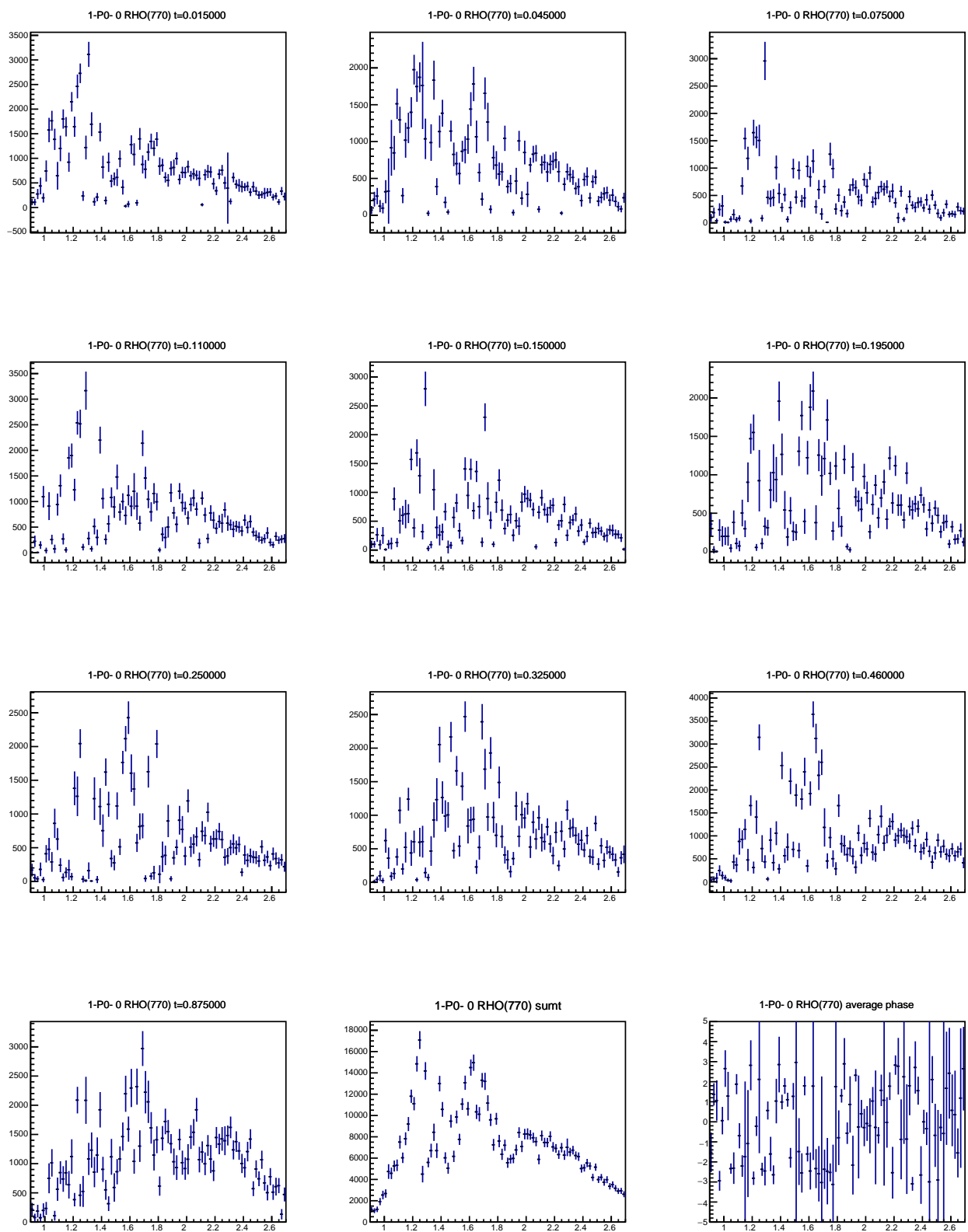


Рис. 6.4: Интенсивности и усреднённая фаза волны $1^-P0 - (0, \rho)$

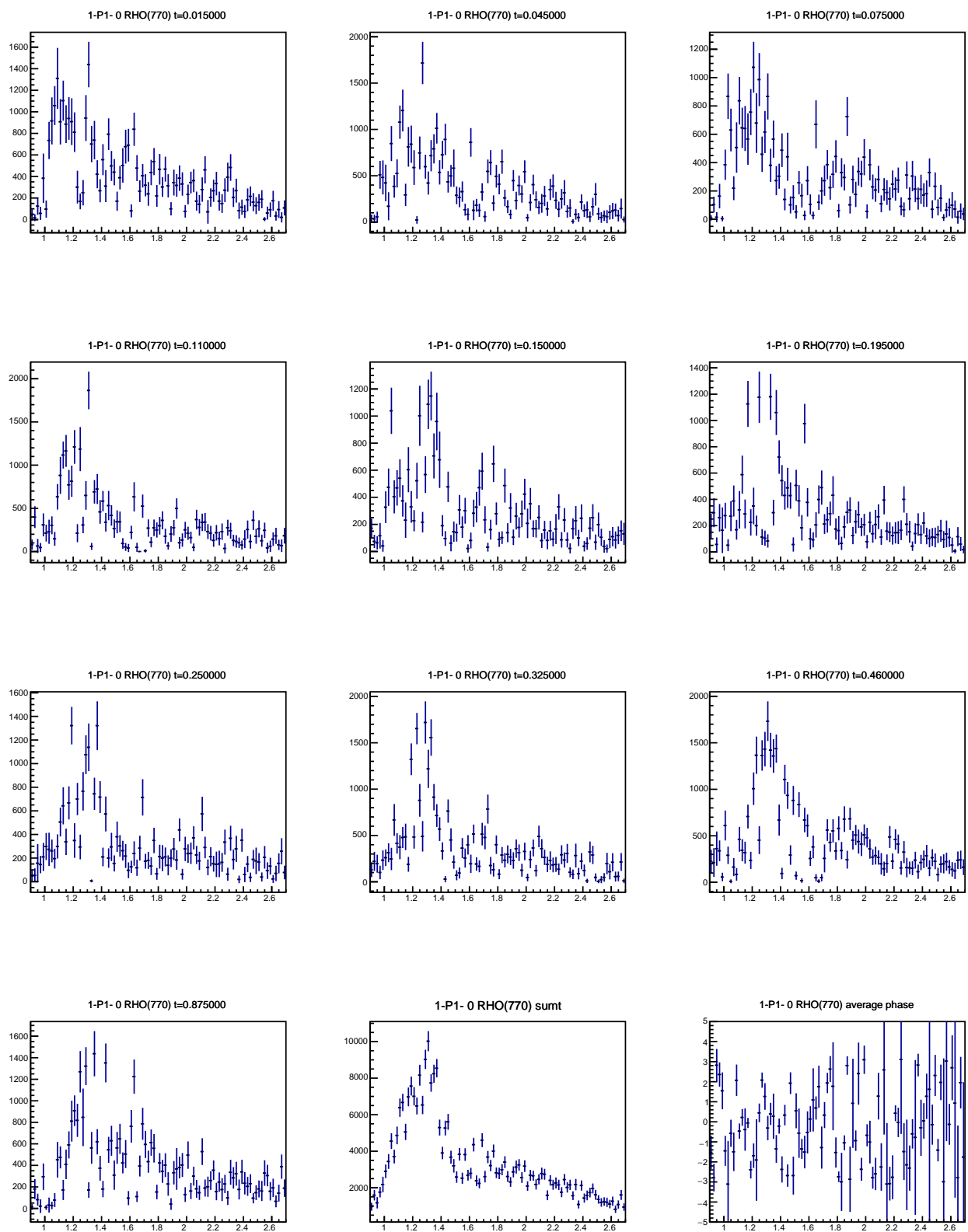


Рис. 6.5: Интенсивности и усреднённая фаза волны $1^-P1 - (0, \rho)$

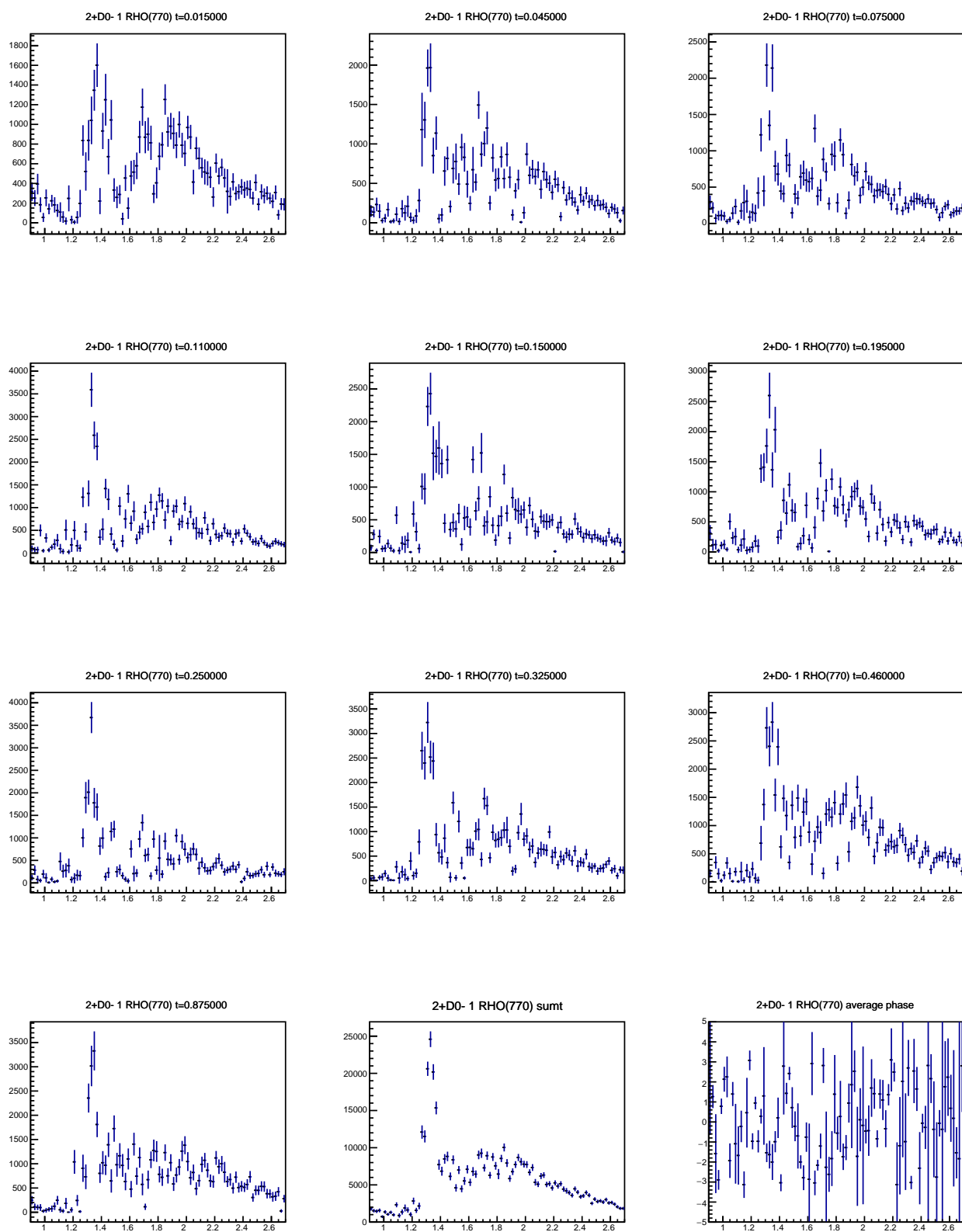


Рис. 6.6: Интенсивности и усреднённая фаза волны $2^+D0 - (1, \rho)$

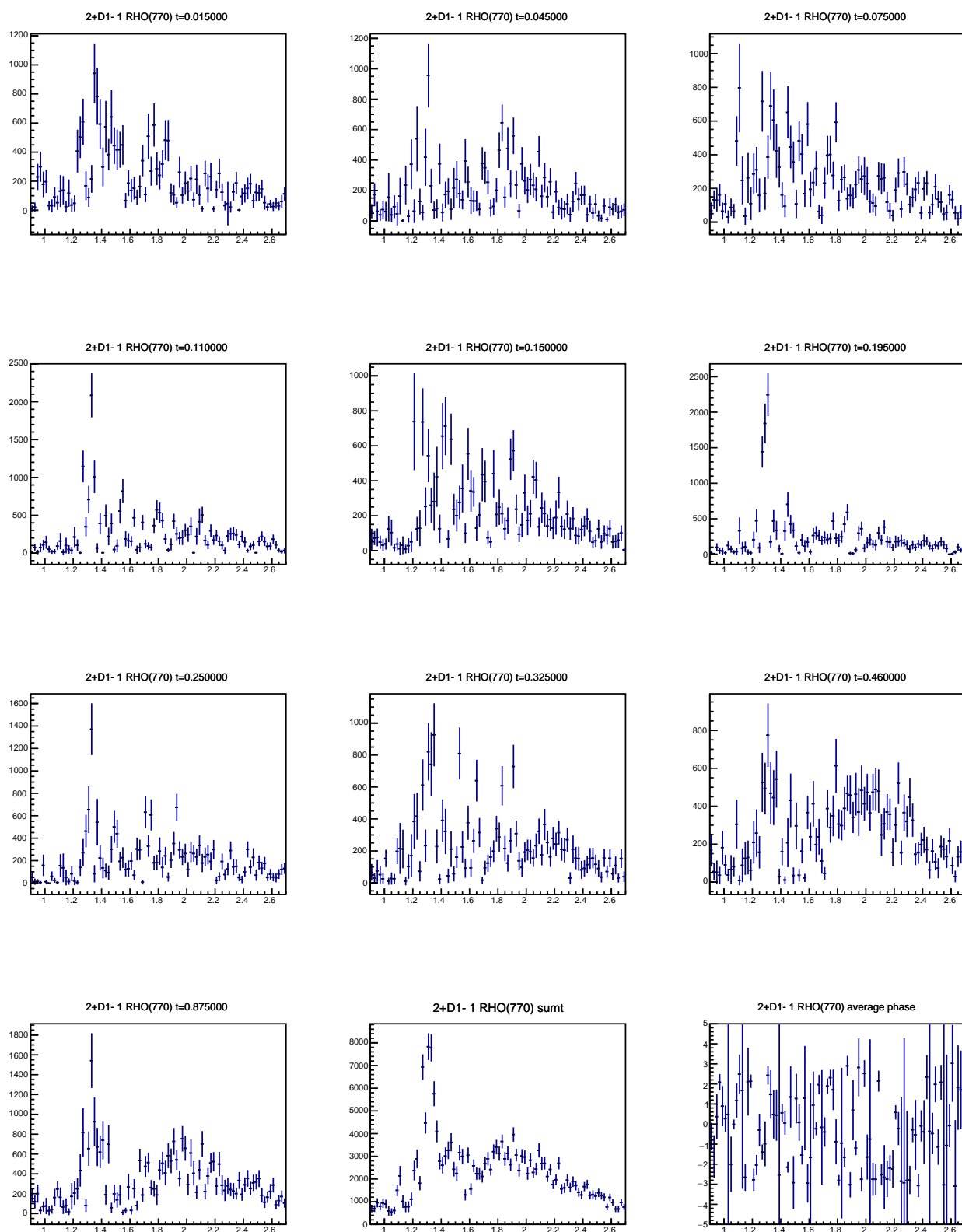


Рис. 6.7: Интенсивности и усреднённая фаза волны $2^+D1 - (1, \rho)$

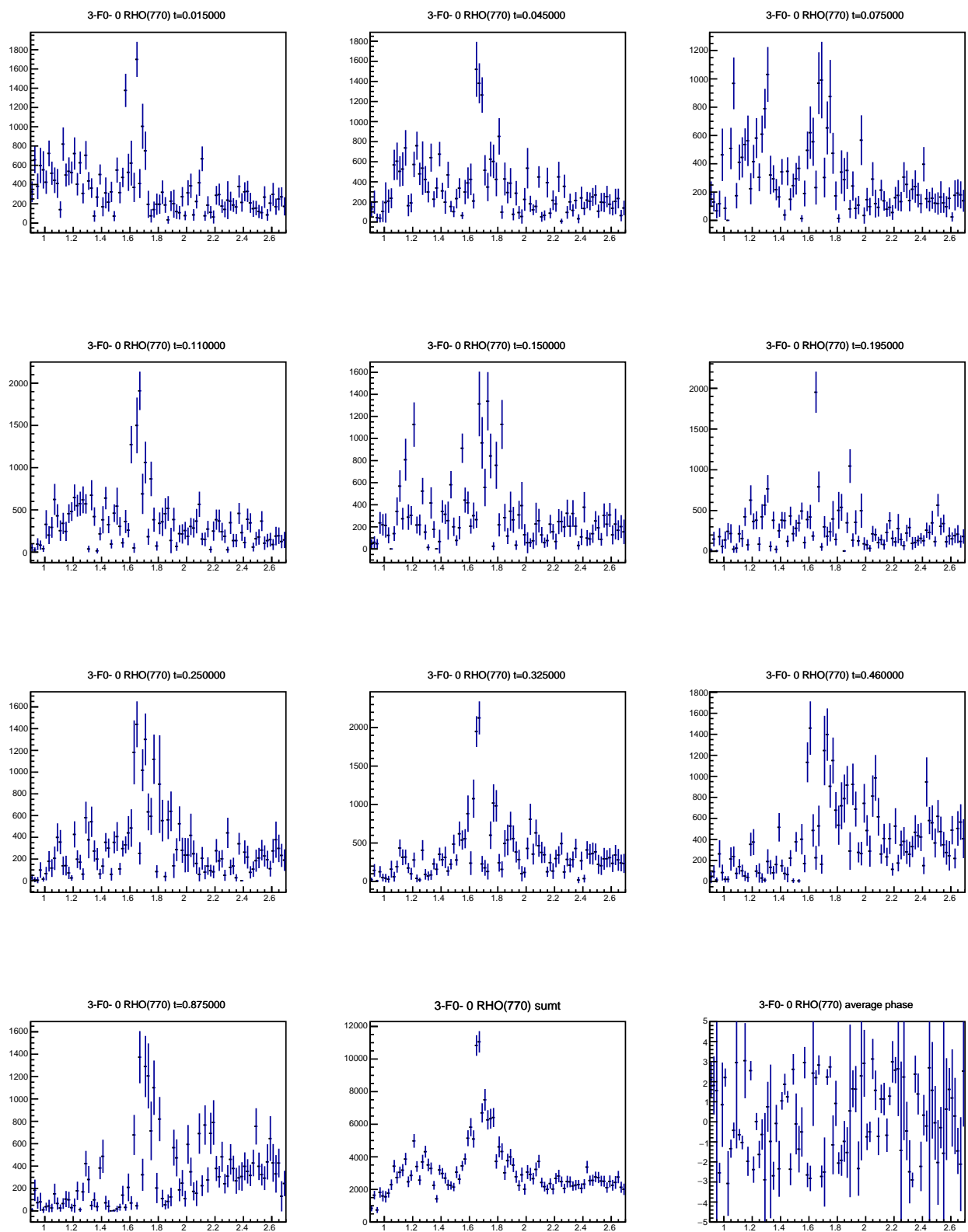


Рис. 6.8: Интенсивности и усреднённая фаза волны $3^-F0 - (0, \rho)$

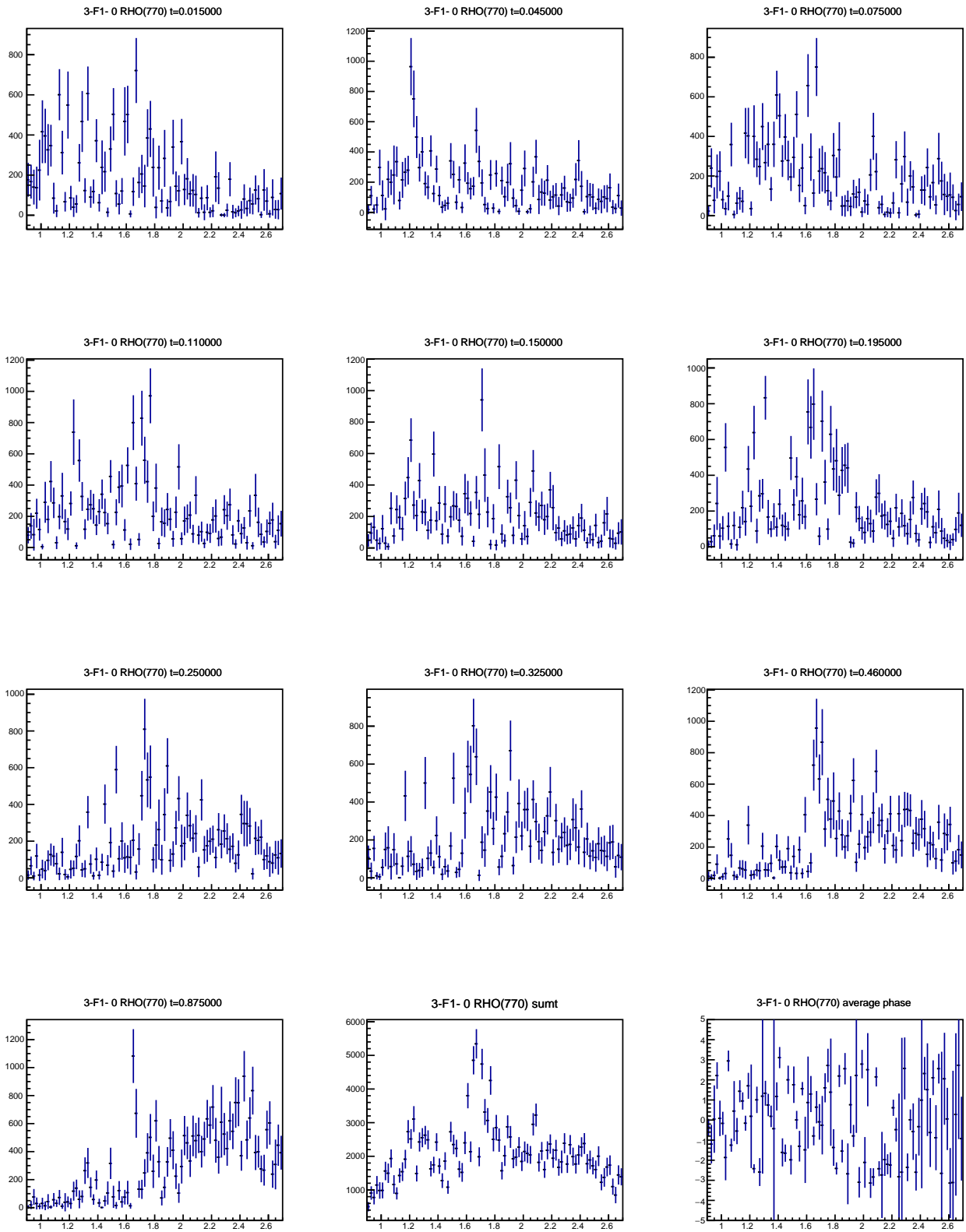


Рис. 6.9: Интенсивности и усреднённая фаза волны $3^-F1 - (0, \rho)$

Глава 7

Анализ амплитуд волн

В данной главе приведены результаты извлечения характеристик резонансов из амплитуд волн, полученных в ходе парциально-волнового анализа. Сопутствующие графические материалы размещены в [26].

7.1 Анализ волн с квантовыми числами $J^P I = 2^+ 1$

Для извлечения характеристик резонансов с $J^P I = 2^+ 1$ использовались амплитуды волн $2^+ D1 + (1, \rho)$, $2^+ D0 - (1, \rho)$ и $2^+ D1 - (1, \rho)$. Основные результаты фитов сведены в таблицу 7.1; сравнение моделей и результатов ПВА приведено на рис. 7.1 – 7.4.

Таблица 7.1: Фиты амплитуд волн с квантовыми числами $J^P I = 2^+ 1$.

Номер модели	Волны, $J^P I \Lambda \varepsilon(I, d)$	Резонансы	М, МэВ	Γ , МэВ	$\chi^2/n.d.f.$
1	$2^+ D1 + (1, \rho)$	$a_2(1320)$	1317 ± 2	103 ± 4	5,1
2	$2^+ D1 + (1, \rho)$	$a_2(1320)$ $a_2(1700)$	1316 ± 3 1616 ± 12	106 ± 5 119 ± 18	4,9
3	$2^+ D0 - (1, \rho)$ $2^+ D1 - (1, \rho)$	$a_2(1320)$	1313 ± 4	66 ± 10	10,7
4	$2^+ D0 - (1, \rho)$ $2^+ D1 - (1, \rho)$	$a_2(1320)$ $a_2(1700)$	1304 ± 6 1584 ± 15	80 ± 12 187 ± 23	10,4
5	$2^+ D1 + (1, \rho)$ $2^+ D0 - (1, \rho)$ $2^+ D1 - (1, \rho)$	$a_2(1320)$	1317 ± 3	94 ± 5	9,6
6	$2^+ D1 + (1, \rho)$ $2^+ D0 - (1, \rho)$ $2^+ D1 - (1, \rho)$	$a_2(1320)$ $a_2(1700)$	1317 ± 3 1677 ± 20	99 ± 5 260 ± 30	9,2

Описание выбранными моделями с формальной точки зрения является непригодным ($\chi^2/n.d.f. \gg 1$). Тем не менее, подходы по извлечению характеристик резонансов из амплитуд волн ПВА, описанные в разделах 5.2.3 и 5.2.4 и применяемые в данной работе, следует считать физически более мотивированным, чем часто применяемый фит интенсивностей волн в узкой области вблизи массы искомого резонанса, дающий формально значение $\chi^2/n.d.f. \sim 1$ (см. работу [9]) ценой игнорирования основного объёма информации.

Из результатов исследования различных моделей, представленных в таблице 7.1, видна устойчивость получаемых значений массы и ширины $a_2(1320)$ в моделях, включающих волну $2^+ D1 + (1, \rho)$ ($\eta = +1$); характеристики $a_2(1320)$ в волнах с $\eta = -1$ искажены.

Незначительное отличие качества соответствующих моделей с одним и двумя резонансами не позволяет заявить о наблюдении вклада $a_2(1700)$ в волны с квантовыми числами $J^P I = 2^+ 1$, несмотря на наличие модели №6, дающей согласующиеся с другими модами значения массы и ширины данного резонанса.

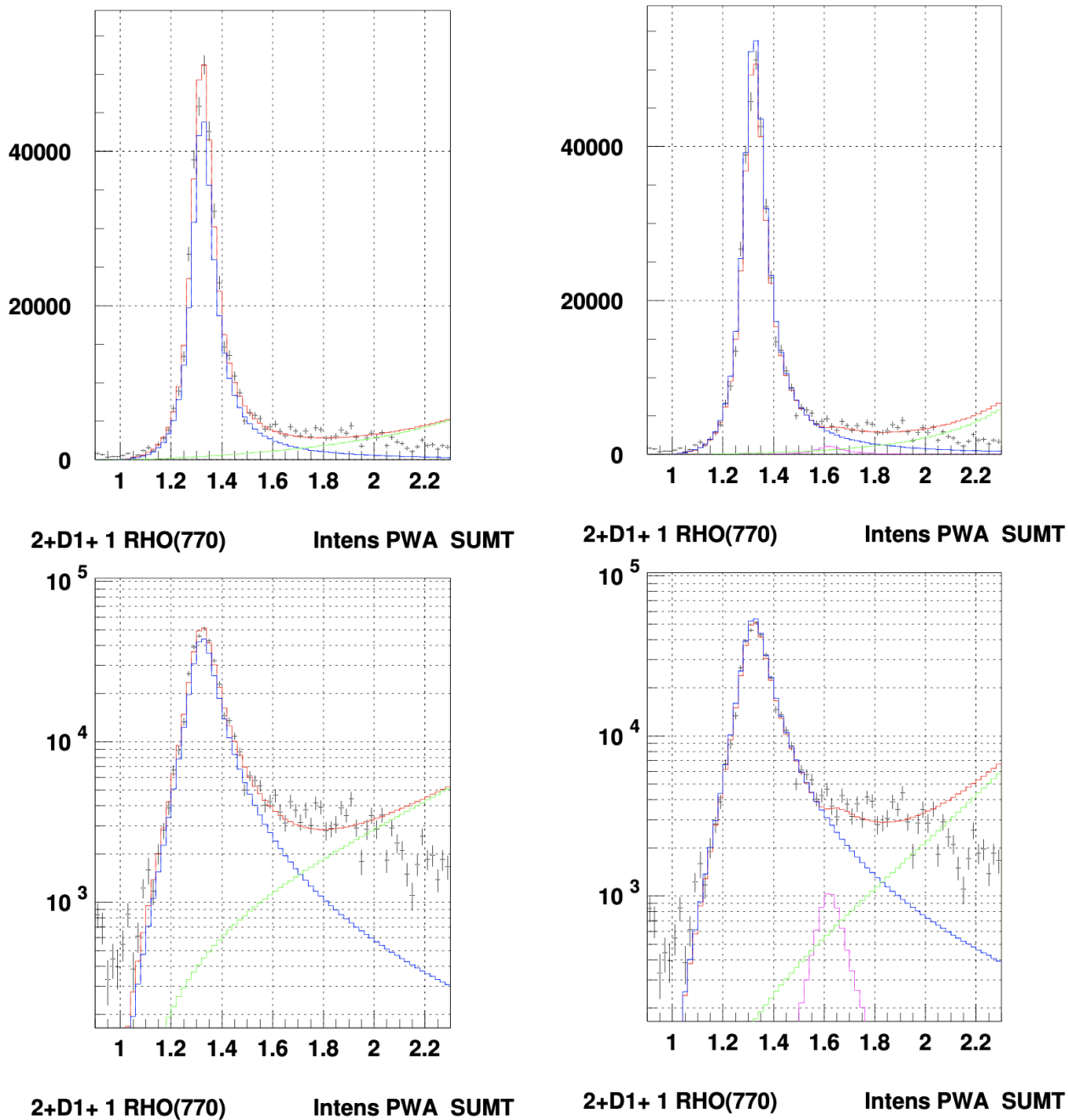


Рис. 7.1: Полная интенсивность волны $2^+D1 + (1, \rho)$ в модели 1 (слева) и 2 (справа) в нормальном (сверху) и логарифмическом (снизу) масштабах. Синим и фиолетовым цветом обозначены интенсивности резонансов, зелёным – интенсивность фона, красным – полная интенсивность (с учётом относительных фаз резонансов и фона). Описание моделей представлено в табл. 7.1.

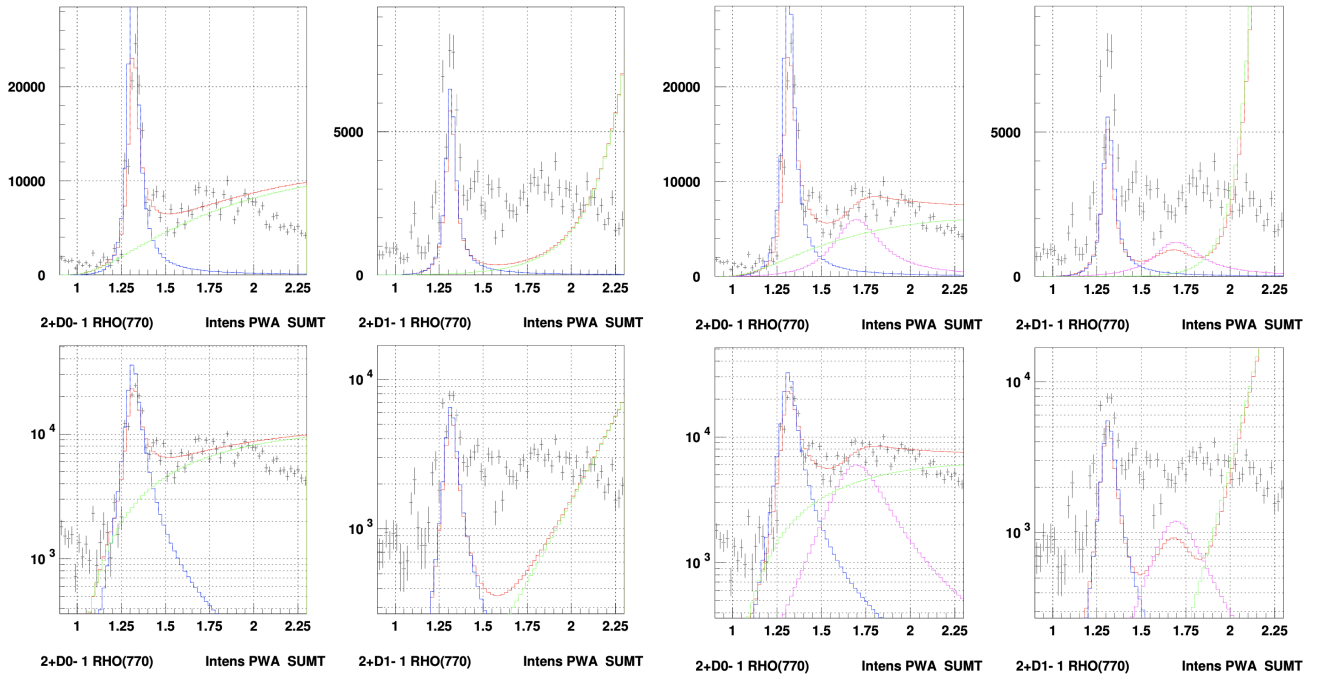


Рис. 7.2: Полная интенсивность волн $2^+D0 - (1, \rho)$ и $2^+D1 - (1, \rho)$ в модели 3 (слева) и 4 (справа) в нормальном (сверху) и логарифмическом (снизу) масштабах. Синим и фиолетовым цветом обозначены интенсивности резонансов, зелёным – интенсивность фона, красным – полная интенсивность (с учётом относительных фаз резонансов и фона). Описание моделей представлено в табл. 7.1.

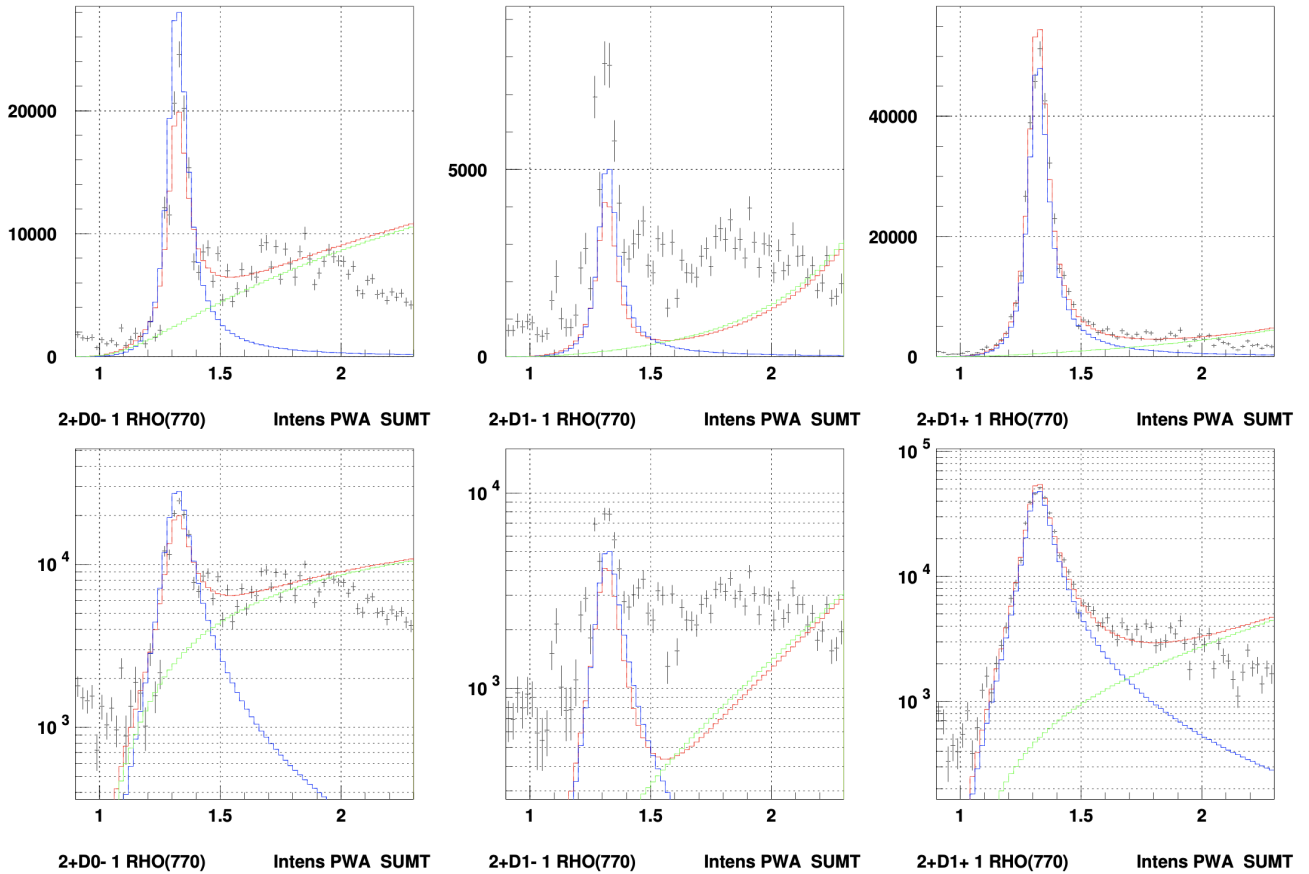


Рис. 7.3: Полная интенсивность волн $2^+D0 - (1, \rho)$, $2^+D1 - (1, \rho)$ и $2^+D1 + (1, \rho)$ в модели 5 в нормальном (сверху) и логарифмическом (снизу) масштабах. Синим цветом обозначена интенсивность резонанса, зелёным – интенсивность фона, красным – полная интенсивность (с учётом относительных фаз резонанса и фона). Описание модели представлено в табл. 7.1.

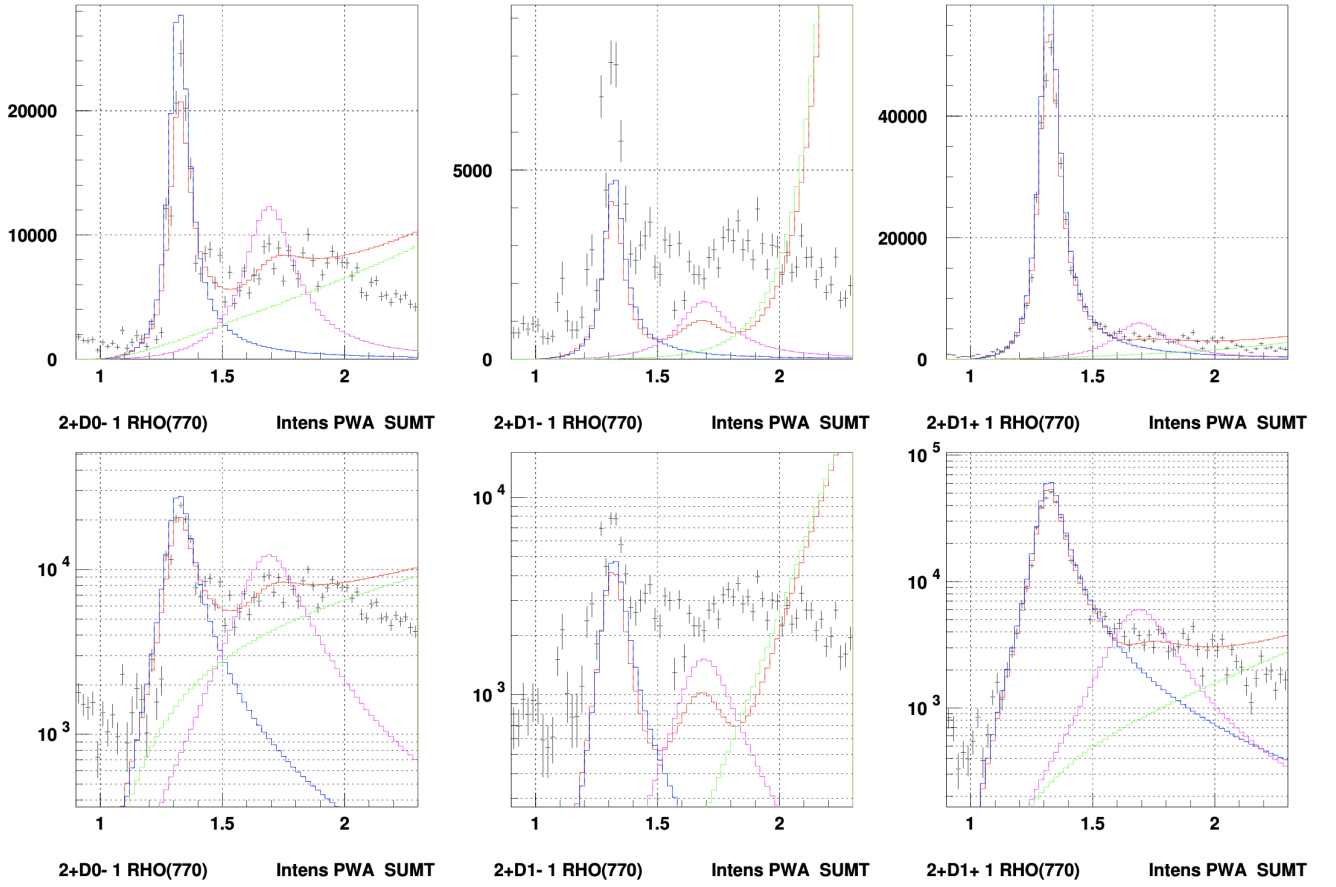


Рис. 7.4: Полная интенсивность волн $2^+D0 - (1, \rho)$, $2^+D1 - (1, \rho)$ и $2^+D1 + (1, \rho)$ в модели 6 в нормальном (сверху) и логарифмическом (снизу) масштабах. Синим и фиолетовым цветом обозначены интенсивности резонансов, зелёным – интенсивность фона, красным – полная интенсивность (с учётом относительных фаз резонансов и фона). Описание модели представлено в табл. 7.1.

7.2 Анализ волн с квантовыми числами $J^P I = 3^- 0$

Характеристики $\omega_3(1670)$ ($J^P I = 3^- 0$) получены из анализа амплитуд волн $3^-F1 + (0, \rho)$, $3^-F0 - (1, \rho)$ и $3^-F1 - (1, \rho)$. Основные результаты фитов сведены в таблицу 7.2; сравнение моделей и результатов ПВА приведено на рис. 7.5 и 7.6.

Таблица 7.2: Фиты амплитуд волн с квантовыми числами $J^P I = 3^- 0$.

Номер модели	Волны, $J^P I \Lambda \epsilon(I, d)$	Резонансы	M, МэВ	Γ , МэВ	$\chi^2/n.d.f.$
1	$3^-F1 + (0, \rho)$	$\omega_3(1670)$	1649 ± 5	127 ± 12	4,6
2	$3^-F0 - (0, \rho)$	$\omega_3(1670)$	1668 ± 7	340 ± 40	7,7
	$3^-F1 - (0, \rho)$				
3	$3^-F1 + (0, \rho)$	$\omega_3(1670)$	1658 ± 6	135 ± 20	7,1
	$3^-F0 - (0, \rho)$				
	$3^-F1 - (0, \rho)$				

Рассуждения о значениях $\chi^2/n.d.f. \gg 1$ и о физической мотивации применённого метода анализа амплитуд волн, приведённые в разделе 7.1, справедливы и в данном случае.

Из таблицы 7.2 видна корректность получаемых значений массы и ширины $\omega_3(1670)$ в моделях, включающих волну $3^-F1 + (0, \rho)$ ($\eta = +1$); характеристики $\omega_3(1670)$ в волнах с $\eta = -1$ (как и в случае $a_2(1320)$, см. раздел 7.1) искажены.

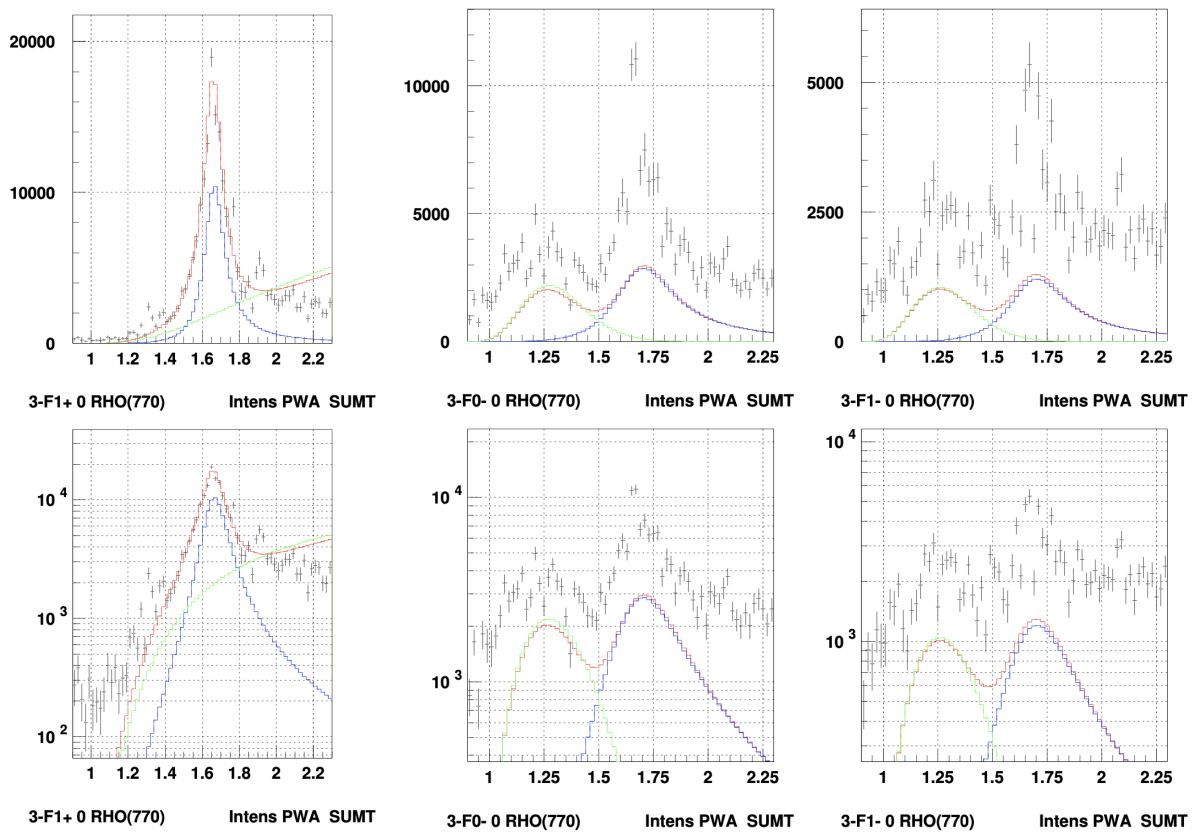


Рис. 7.5: Полная интенсивность волны $3^-F1 + (0, \rho)$ в модели 1 (слева) и волн $3^-F0 - (0, \rho)$ и $3^-F1 - (0, \rho)$ в модели 2 (справа) в нормальном (сверху) и логарифмическом (снизу) масштабах. Синим цветом обозначена интенсивность резонанса, зелёным – интенсивность фона, красным – полная интенсивность (с учётом относительных фаз резонансов и фона). Описание моделей представлено в табл. 7.2.

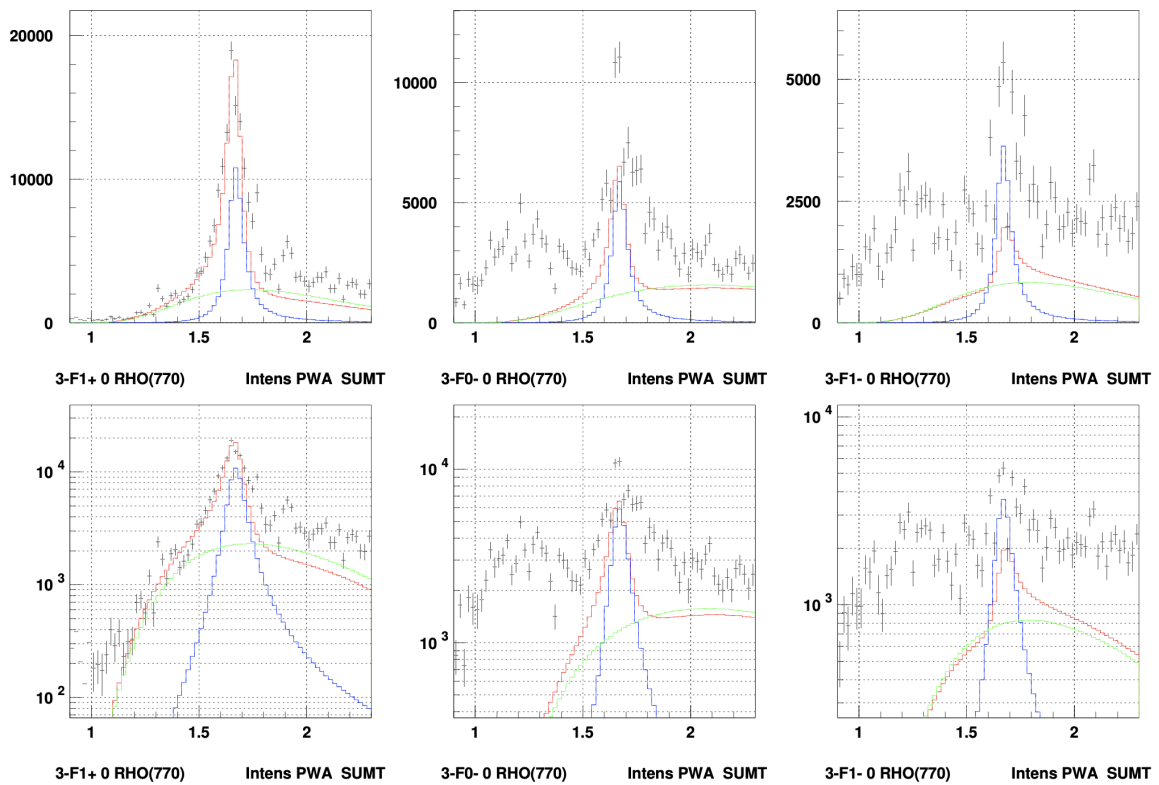


Рис. 7.6: Полная интенсивность волн $3^-F1 + (0, \rho)$, $3^-F0 - (1, \rho)$ и $3^-F1 - (1, \rho)$ в модели 3 в нормальном (сверху) и логарифмическом (снизу) масштабах. Синим цветом обозначена интенсивность резонанса, зелёным – интенсивность фона, красным – полная интенсивность (с учётом относительных фаз резонанса и фона). Описание модели представлено в табл. 7.2.

7.3 Анализ волн с квантовыми числами $J^P I = 1^- 0$

Проведён анализ амплитуд волн $1^- P1 + (0, \rho)$, $1^- P0 - (0, \rho)$ и $1^- P1 - (0, \rho)$, основные результаты фитов сведены в таблицу 7.3; сравнение моделей и результатов ПВА приведено на рис. 7.7 – 7.10.

Таблица 7.3: Фиты амплитуд волн с квантовыми числами $J^P I = 1^- 0$.

Номер модели	Волны, $J^P I \Lambda \epsilon(I, d)$	Резонансы	M, МэВ	Γ , МэВ	$\chi^2/n.d.f.$
1	$1^- P1 + (0, \rho)$	ω'	1181 ± 21	783 ± 52	7,8
2	$1^- P1 + (0, \rho)$	ω' ω''	1236 ± 8 905 ± 2	342 ± 31 5 ± 1	6,4
3	$1^- P0 - (0, \rho)$ $1^- P1 - (0, \rho)$	ω'	1287 ± 8	94 ± 10	16,9
4	$1^- P0 - (0, \rho)$ $1^- P1 - (0, \rho)$	ω' ω''	1272 ± 8 1409 ± 15	147 ± 18 609 ± 43	16,6
5	$1^- P1 + (0, \rho)$ $1^- P0 - (0, \rho)$ $1^- P1 - (0, \rho)$	ω'	1278 ± 13	256 ± 24	15,0
6	$1^- P1 + (0, \rho)$ $1^- P0 - (0, \rho)$ $1^- P1 - (0, \rho)$	ω' ω''	1254 ± 7 1433 ± 16	158 ± 16 582 ± 36	14,2

Из результатов фитов, представленных в таблице 7.3, видно, что наилучшее описание достигается при наличии вклада в амплитуды волн с квантовыми числами $J^P I = 1^- 0$ резонанса с массой $M = 1,2 - 1,3$ ГэВ, что является одним из указаний на его рождение в изучаемой реакции (1).

Кроме того, близость спектральных характеристик резонансов ω' и ω'' , полученных в моделях 4 и 6 (табл. 7.3), позволяет сделать вывод о рождении сразу двух резонансов с $J^P I = 1^- 0$. Качество описания данных моделью 6 (особенно волны $1^- P1 + (0, \rho)$ с $\eta = +1$, см. рис. 7.10) служит весомым аргументом в пользу данного утверждения. Как можно видеть, такой результат становится возможным только вследствие интерференции вкладов резонансов и фона: масса одного из резонансов соответствует максимуму полной интенсивности, а второго – минимуму.

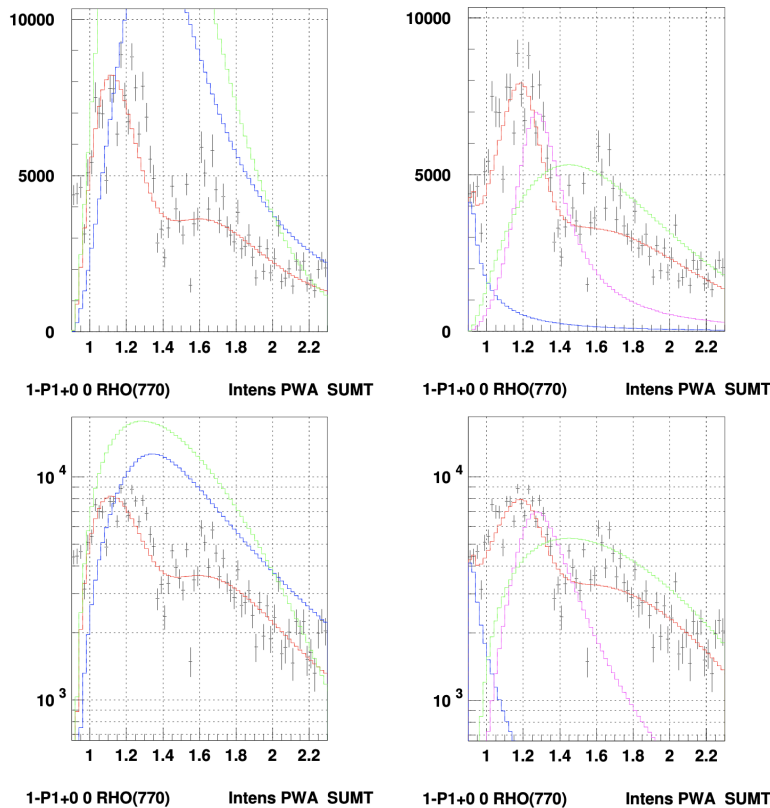


Рис. 7.7: Полная интенсивность волны $1^- P1 + (0, \rho)$ в модели 1 (слева) и 2 (справа) в нормальном (сверху) и логарифмическом (снизу) масштабах. Синим и фиолетовым цветом обозначены интенсивности резонансов, зелёным – интенсивность фона, красным – полная интенсивность (с учётом относительных фаз резонансов и фона). Описание моделей представлено в табл. 7.3.

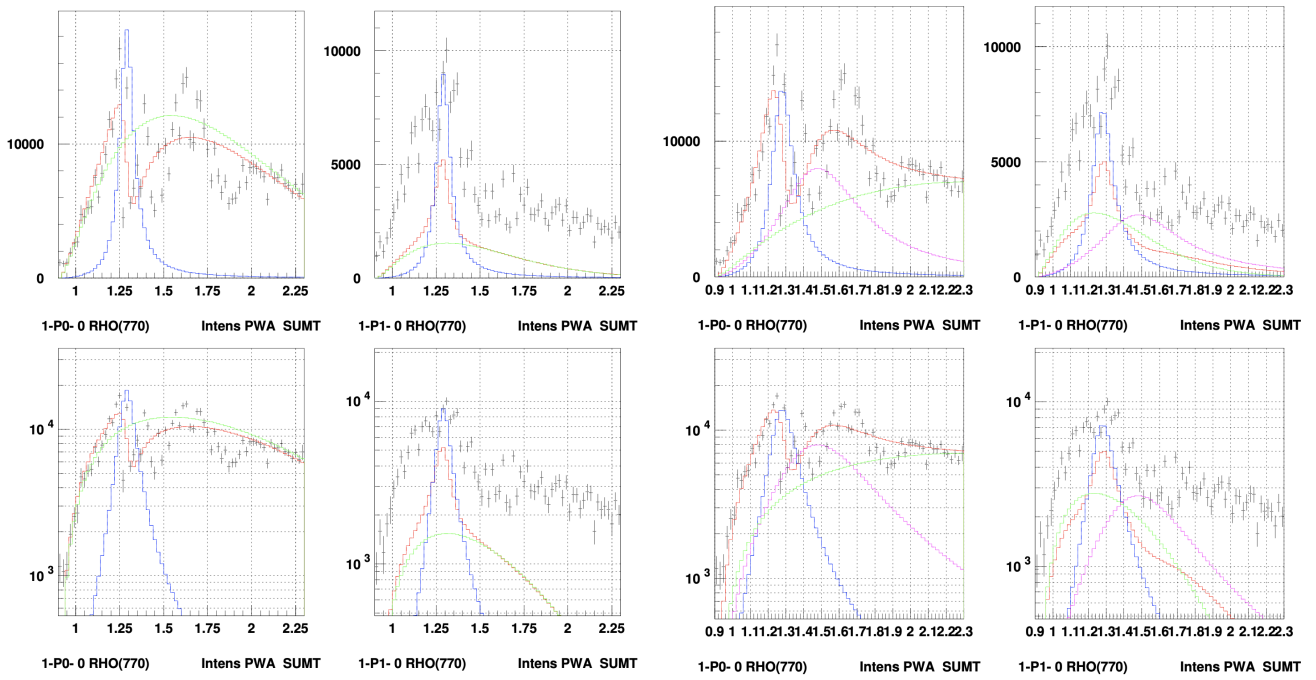


Рис. 7.8: Полная интенсивность волн $1^-P0 - (0, \rho)$ и $1^-P1 - (0, \rho)$ в модели 3 (слева) и 4 (справа) в нормальном (сверху) и логарифмическом (снизу) масштабах. Синим и фиолетовым цветом обозначены интенсивности резонансов, зелёным – интенсивность фона, красным – полная интенсивность (с учётом относительных фаз резонансов и фона). Описание моделей представлено в табл. 7.3.

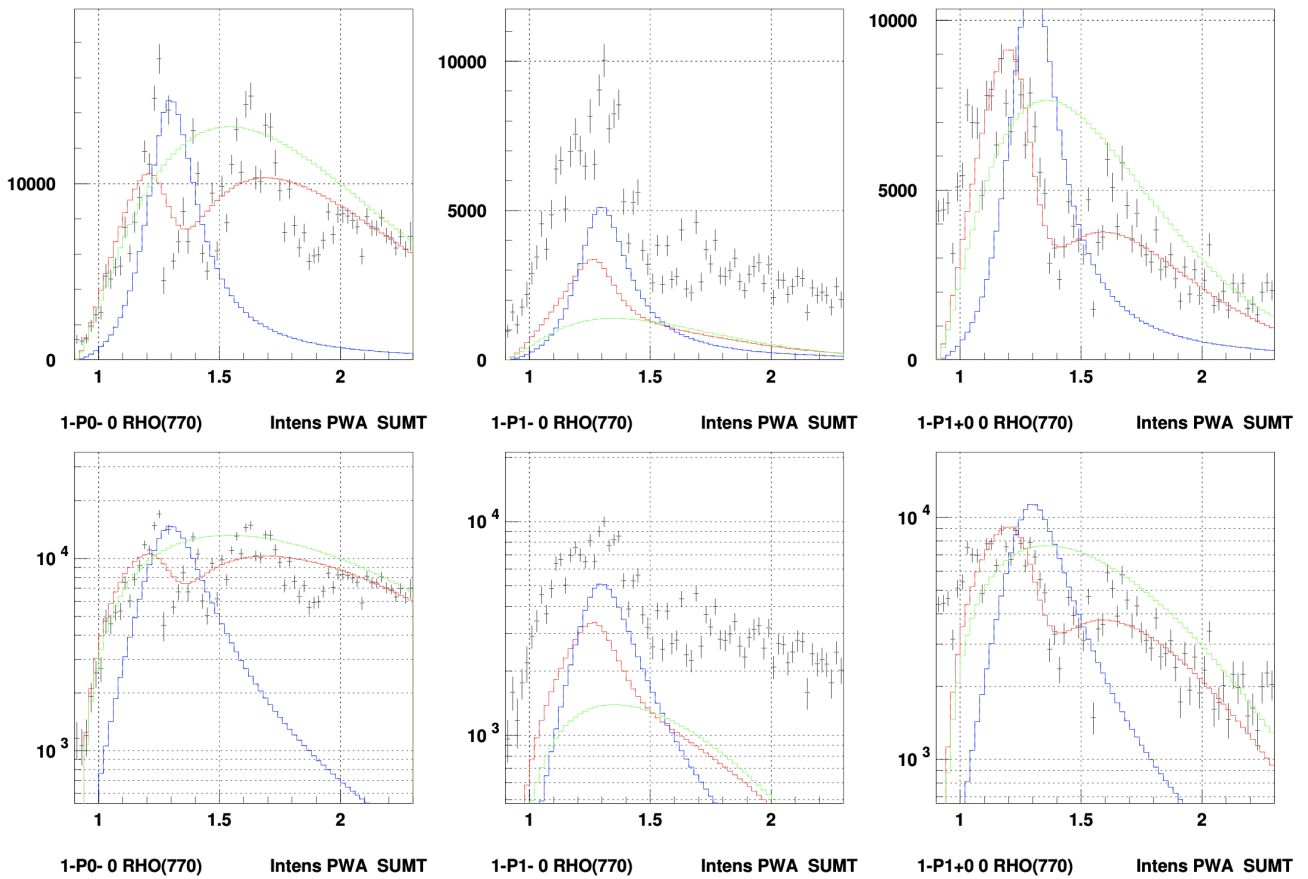


Рис. 7.9: Полная интенсивность волн $1^-P0 - (0, \rho)$, $1^-P1 - (1, \rho)$ и $1^-P1 + (0, \rho)$ в модели 5 в нормальном (сверху) и логарифмическом (снизу) масштабах. Синим цветом обозначена интенсивность резонанса, зелёным – интенсивность фона, красным – полная интенсивность (с учётом относительных фаз резонанса и фона). Описание модели представлено в табл. 7.3.

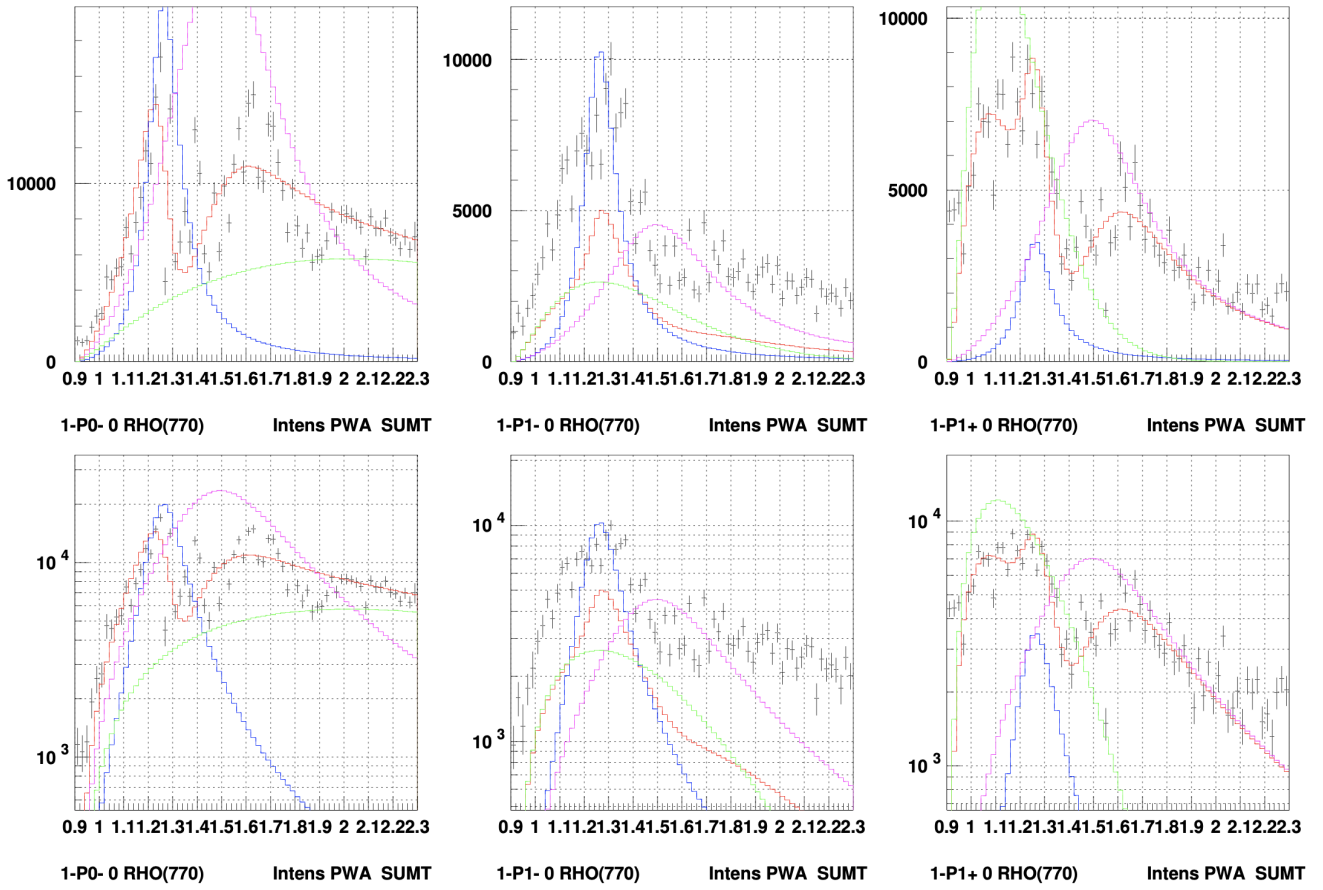


Рис. 7.10: Полная интенсивность волн $1^-P0-(0,\rho)$, $1^-P1-(0,\rho)$ и $1^-P1+(0,\rho)$ в модели 6 в нормальном (сверху) и логарифмическом (снизу) масштабах. Синим и фиолетовым цветом обозначены интенсивности резонансов, зелёным – интенсивность фона, красным – полная интенсивность (с учётом относительных фаз резонансов и фона). Описание модели представлено в табл. 7.3.

Глава 8

Обсуждение результатов и выводы

В ходе работы изучен вопрос рождения резонансов с квантовыми числами $J^P I = 1^- 0$, $2^+ 1$ и $3^- 0$ в реакции перезарядки π^- -мезонов на бериллиевой мишени при $p = 29$ ГэВ/с

$$\pi^- + p \rightarrow \pi^- + \pi^+ + \pi^0 + n$$

на основе данных, полученных на установке ВЕС ускорительного комплекса У-70. Измерение спектральных характеристик образующихся в указанной реакции резонансов осуществлено путем анализа амплитуд ПВА. Результаты измерений приведены в табл. 8.1.

Как можно видеть, значения масс M и ширин Γ мезонов $a_2(1320)$ и $\omega_3(1670)$ находятся в согласии с [23]. Значимого вклада резонанса $a_2(1700)$ в амплитуду реакции не обнаружено. Характеристики резонансов ω' и ω'' отличаются от данных, приведённых в [23].

Таблица 8.1: Результаты измерения спектральных характеристик резонансов.

J^P, I	Резонанс	$M, \text{МэВ}$	$\Gamma, \text{МэВ}$
$1^- 0$	ω'	1254 ± 7	158 ± 16
	ω''	1433 ± 16	582 ± 36
$2^+ 1$	$a_2(1320)$	1317 ± 2	103 ± 4
	$a_2(1700)$	—	—
$3^- 0$	$\omega_3(1670)$	1658 ± 6	135 ± 20

В ходе работы освоена техника проведения парциально-волнового анализа, а также методика извлечения характеристик резонансов из амплитуд волн с учётом интерференции резонансов и фона и корреляции самих амплитуд.

В перспективе планируется совершенствование использованной методики и её применение с целью изучения рождения в данной реакции резонансов с квантовыми числами $J^P I = 1^+ 0$, $1^+ 1$, $2^- 0$, $2^- 1$ и $3^+ 1$.

Глава 9

Приложение. Интенсивности и фазы доминирующих волн

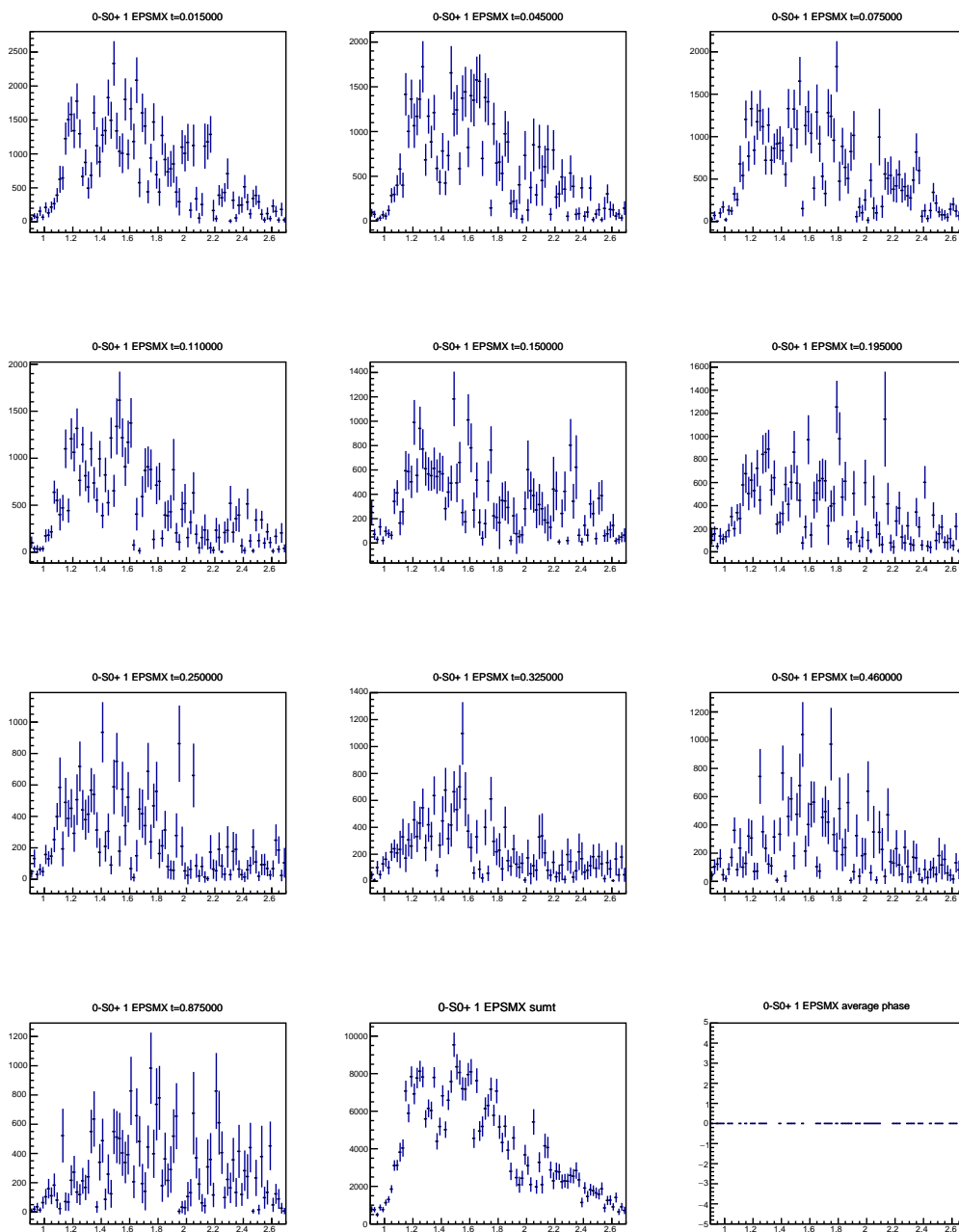


Рис. 9.1: Интенсивности и усреднённая фаза волны 0^-S0+1 (σ)

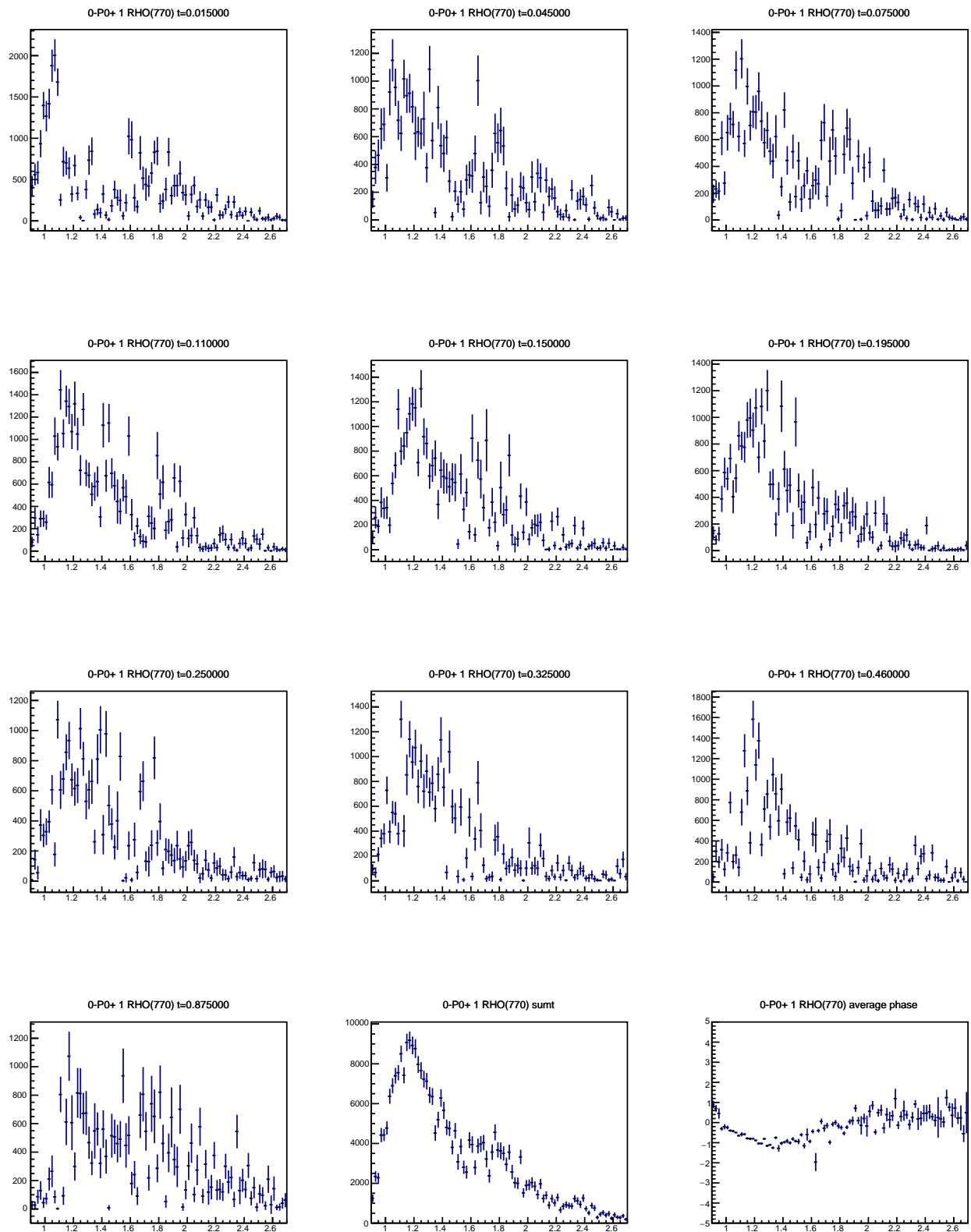


Рис. 9.2: Интенсивности и усреднённая фаза волны $0^-P0 + (1, \rho)$

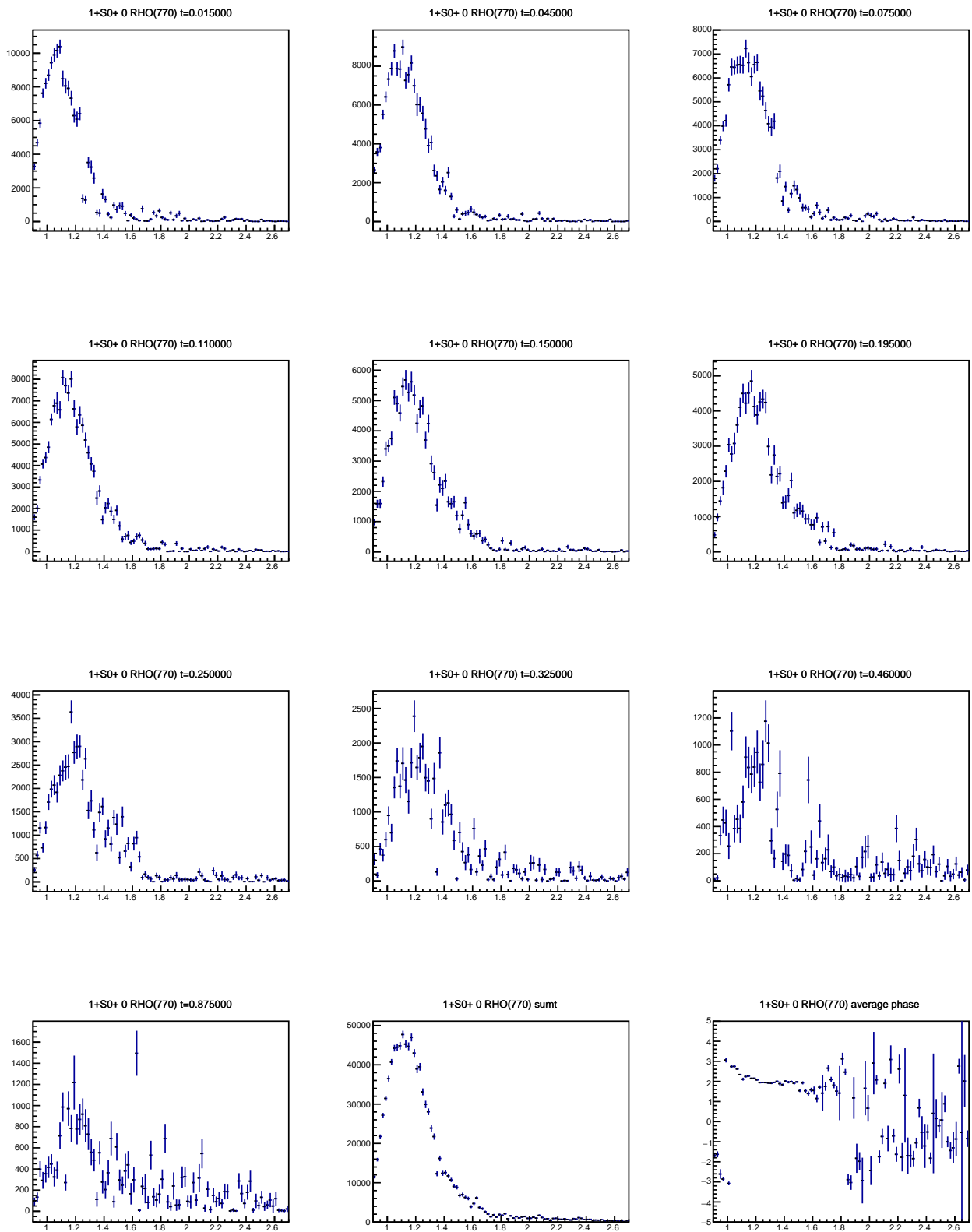


Рис. 9.3: Интенсивности и усреднённая фаза волны $1^+S0 + (0, \rho)$

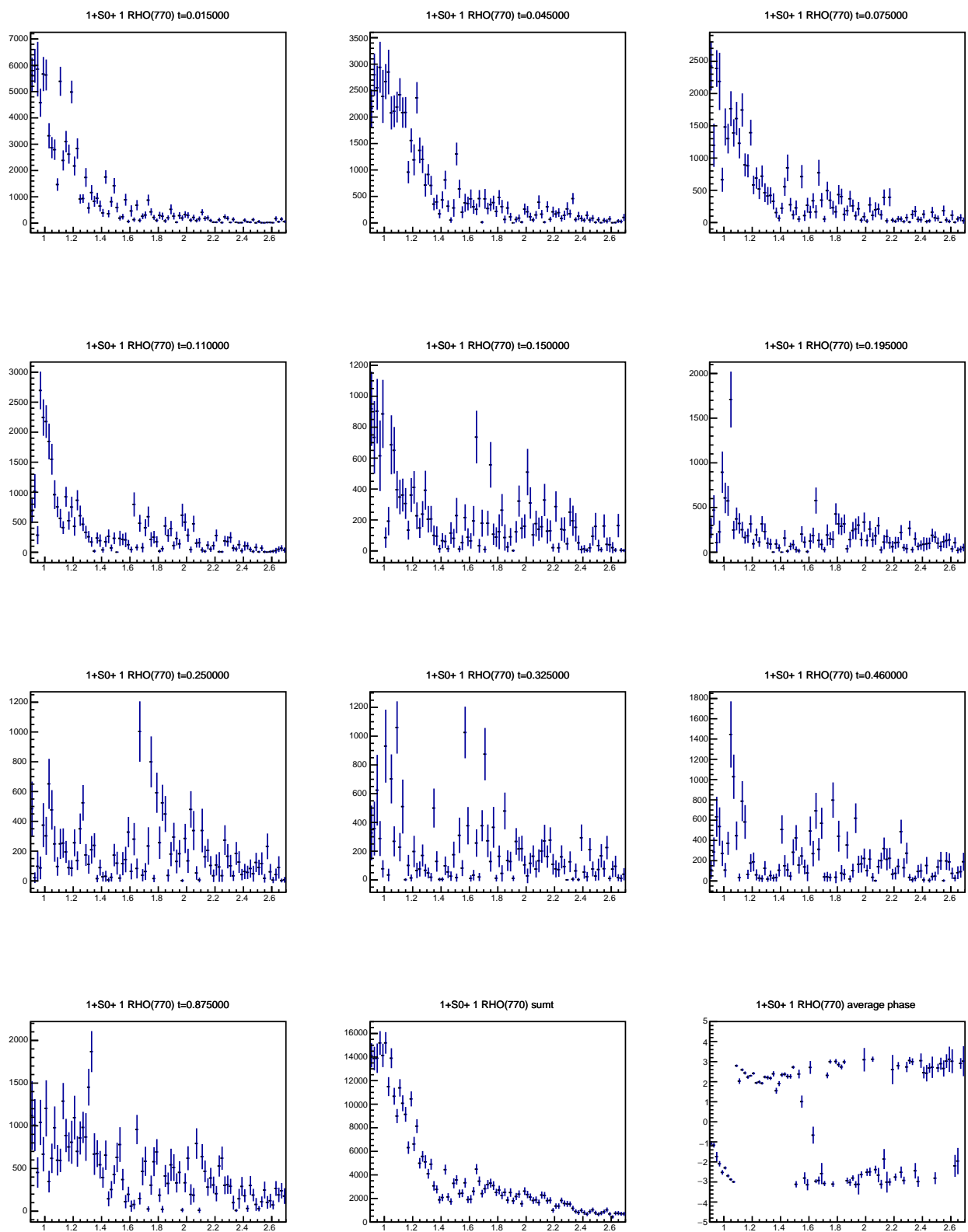


Рис. 9.4: Интенсивности и усреднённая фаза волны $1^+S0 + (1, \rho)$

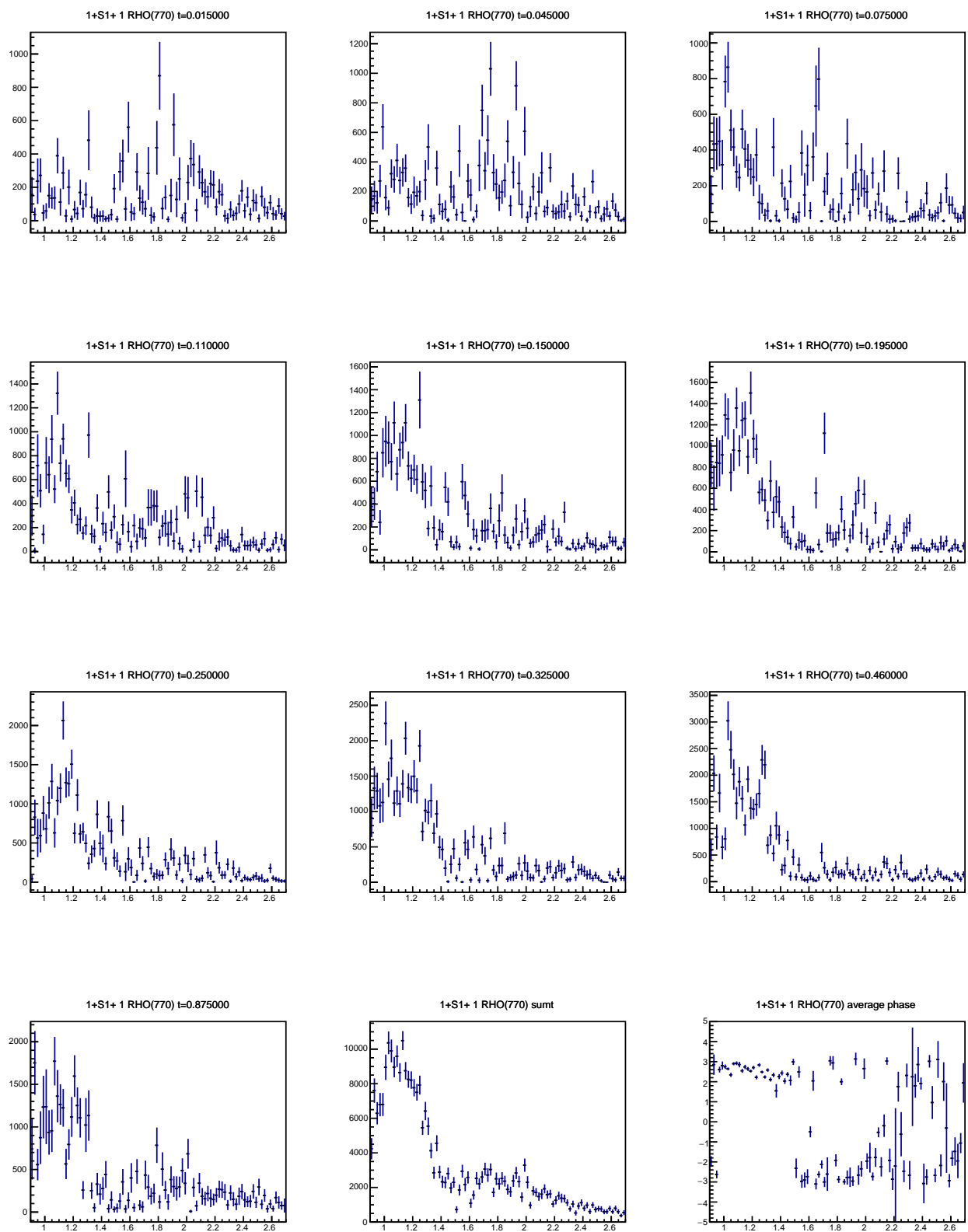


Рис. 9.5: Интенсивности и усреднённая фаза волны $1^+S1 + (1, \rho)$

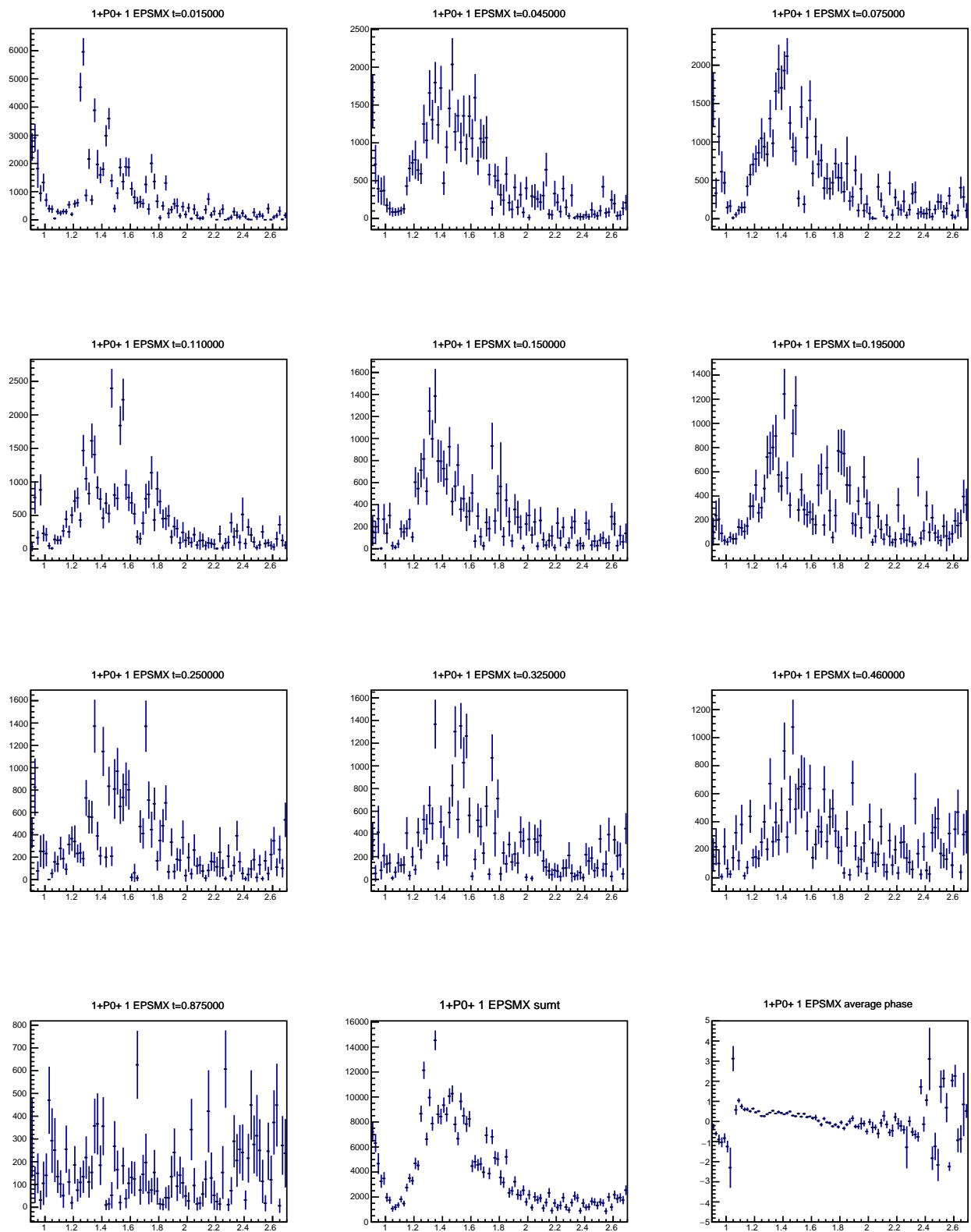


Рис. 9.6: Интенсивности и усреднённая фаза волны $1^+P0 + (1, \sigma)$

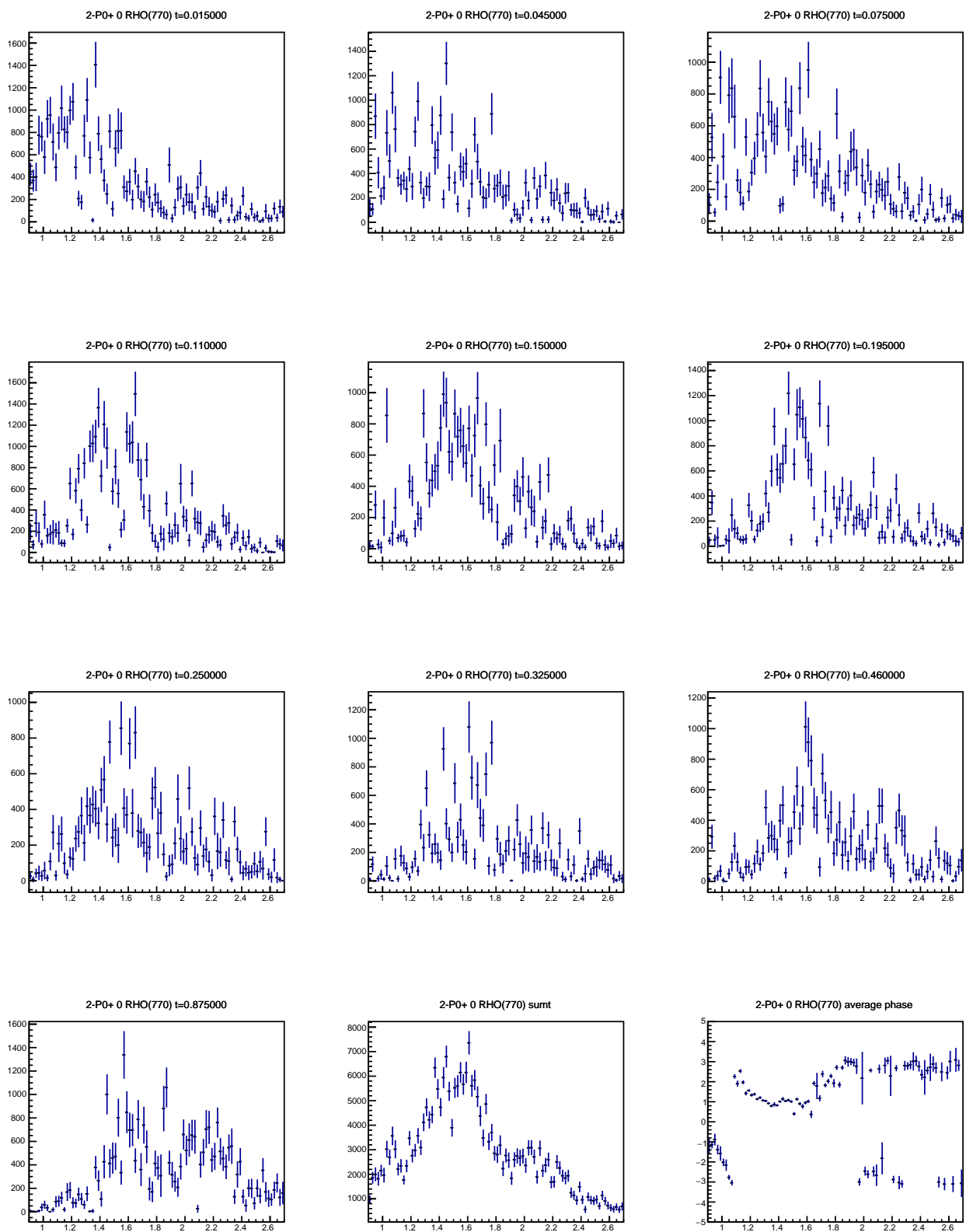


Рис. 9.7: Интенсивности и усреднённая фаза волны $2^-P0 + (0, \rho)$

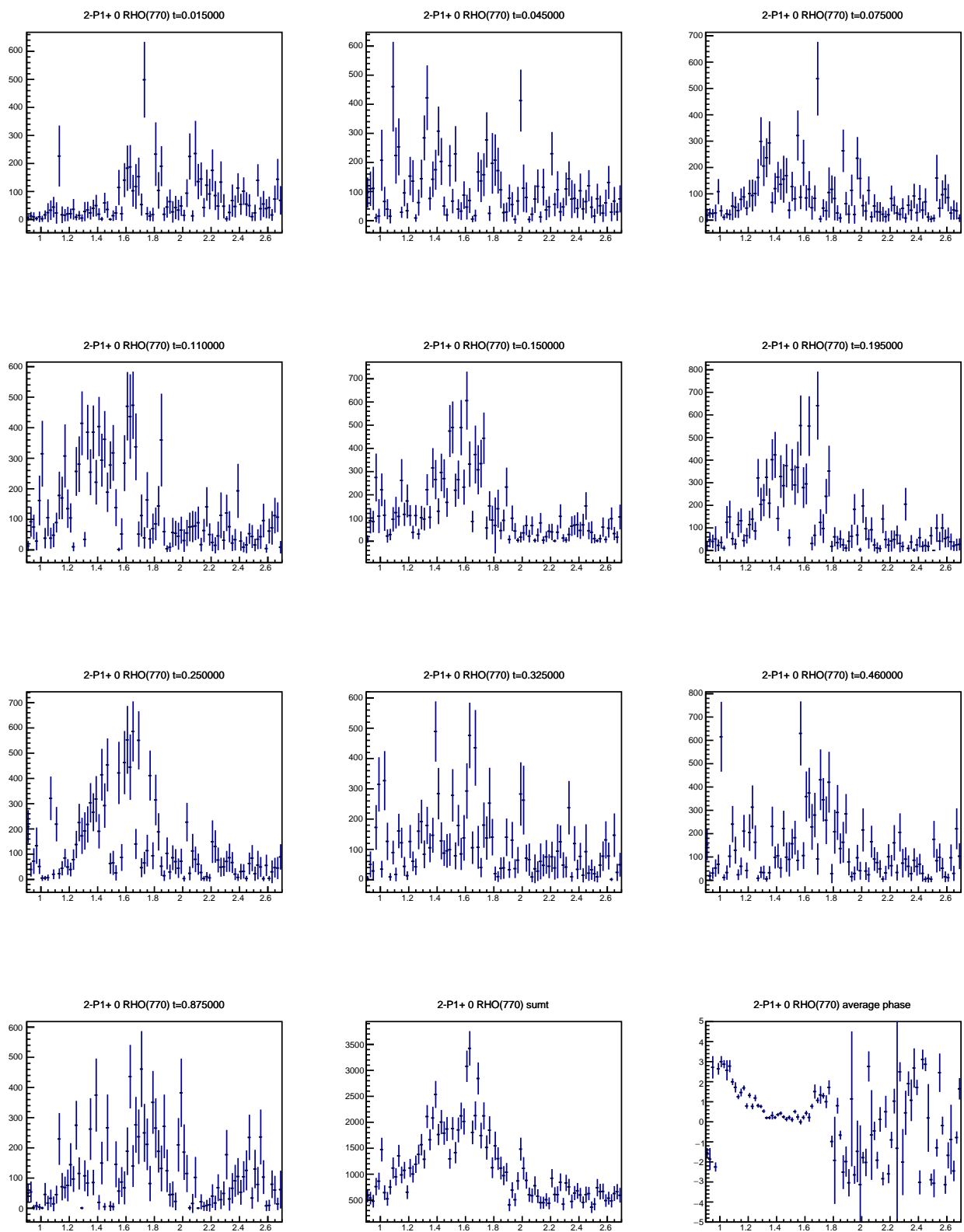


Рис. 9.8: Интенсивности и усреднённая фаза волны $2^-P1 + (0, \rho)$

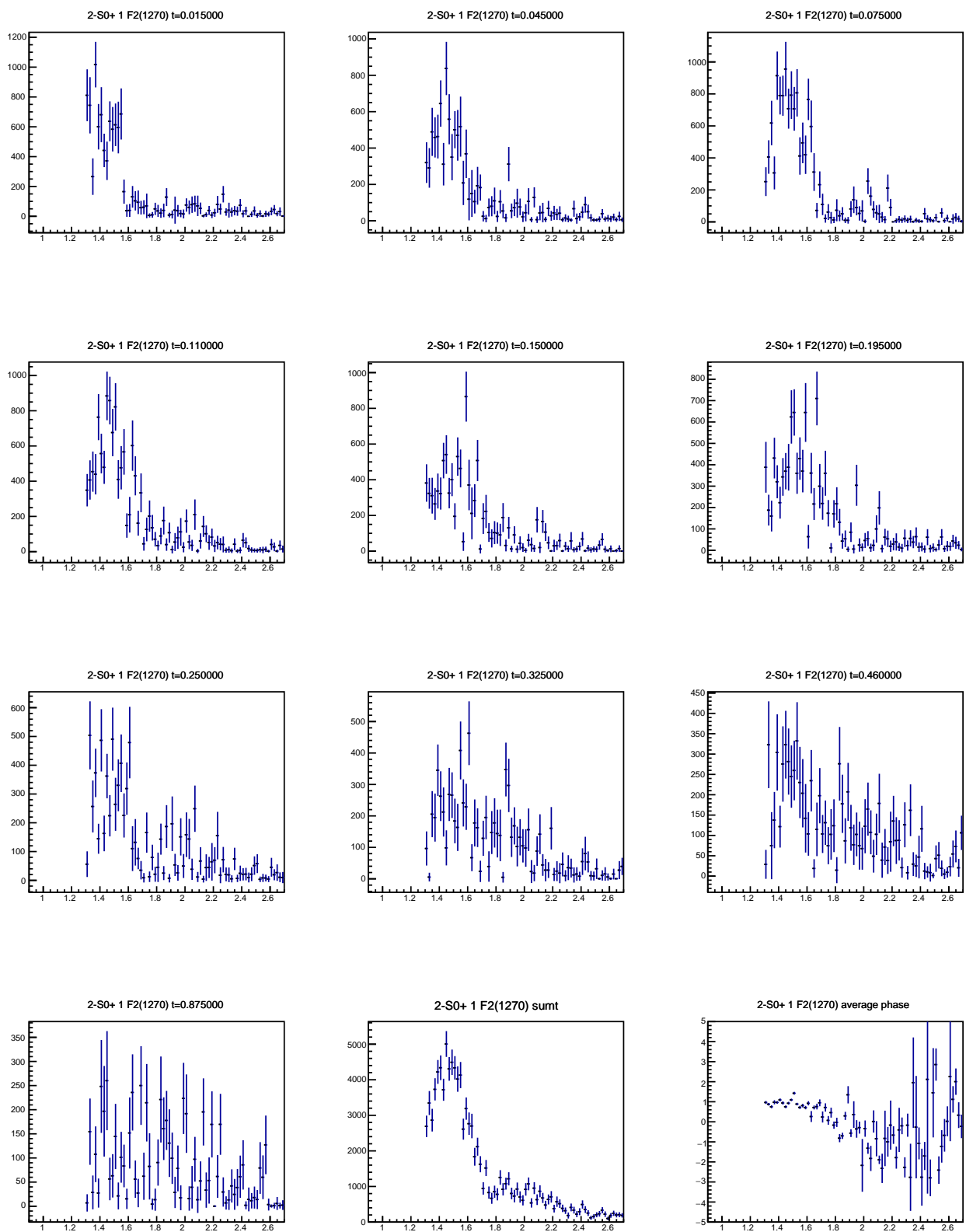


Рис. 9.9: Интенсивности и усреднённая фаза волны $2^-S_0 + (1, f_2)$

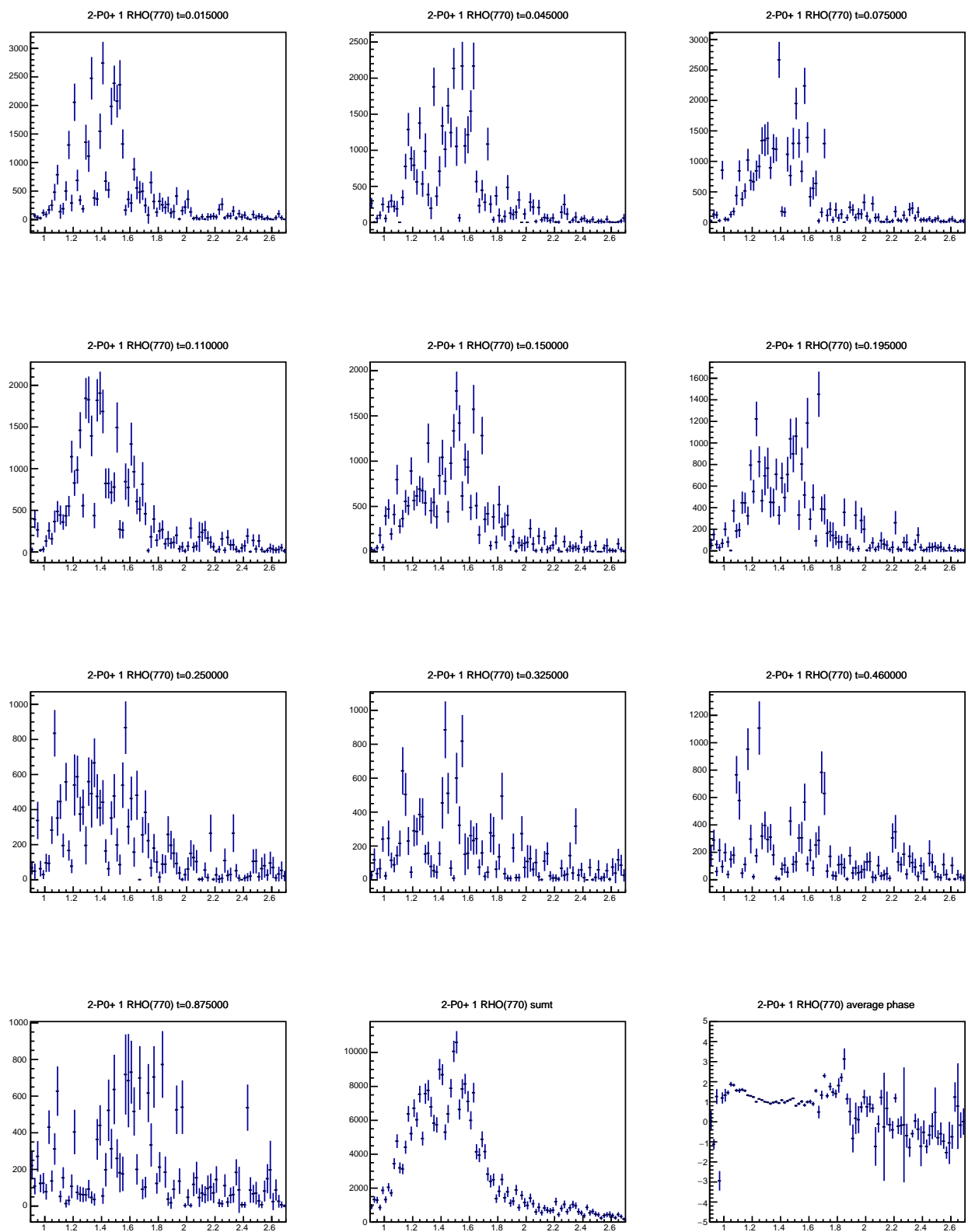


Рис. 9.10: Интенсивности и усреднённая фаза волны $2^-P0 + (1, \rho)$

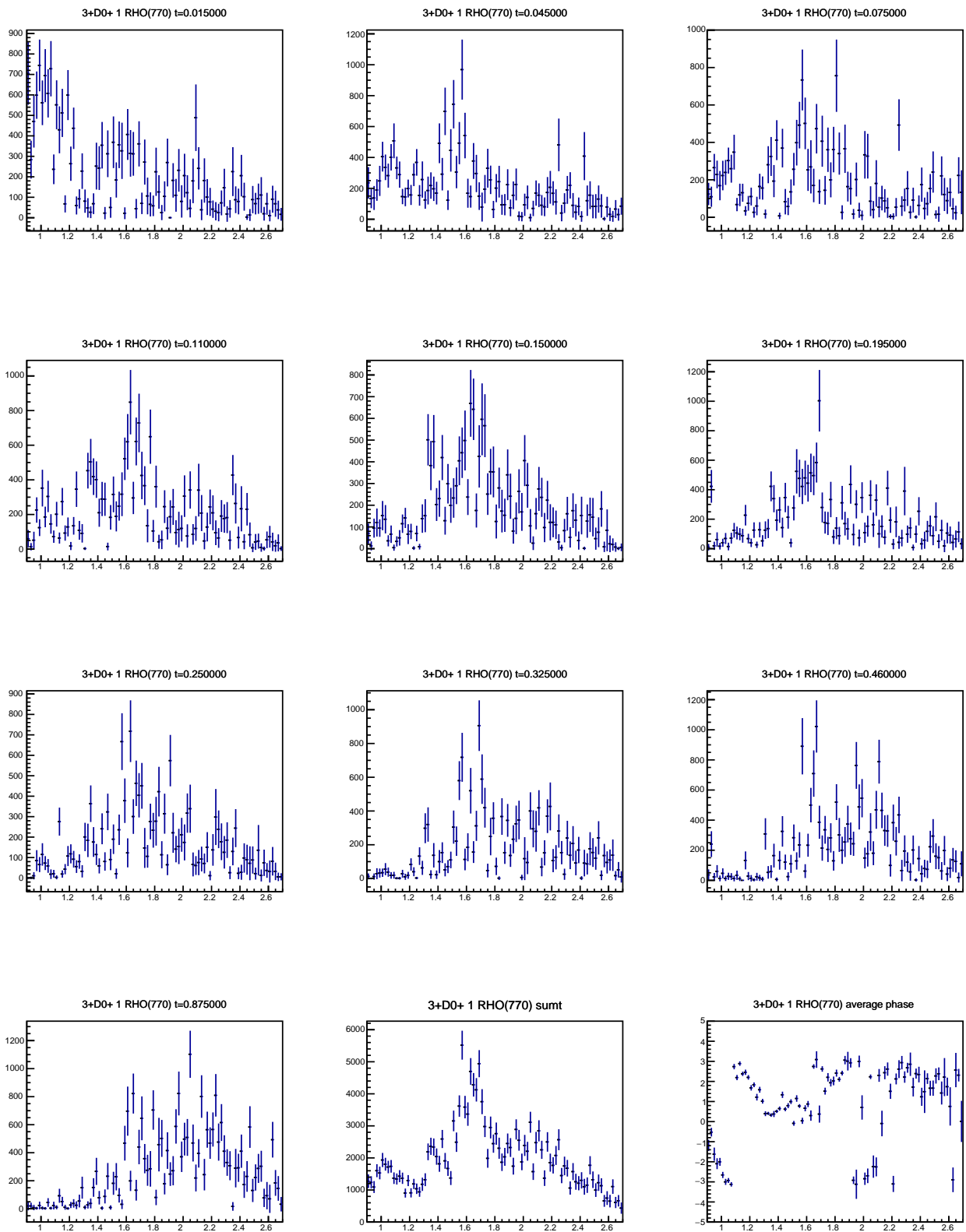


Рис. 9.11: Интенсивности и усреднённая фаза волны $3^+D0 + (1, \rho)$

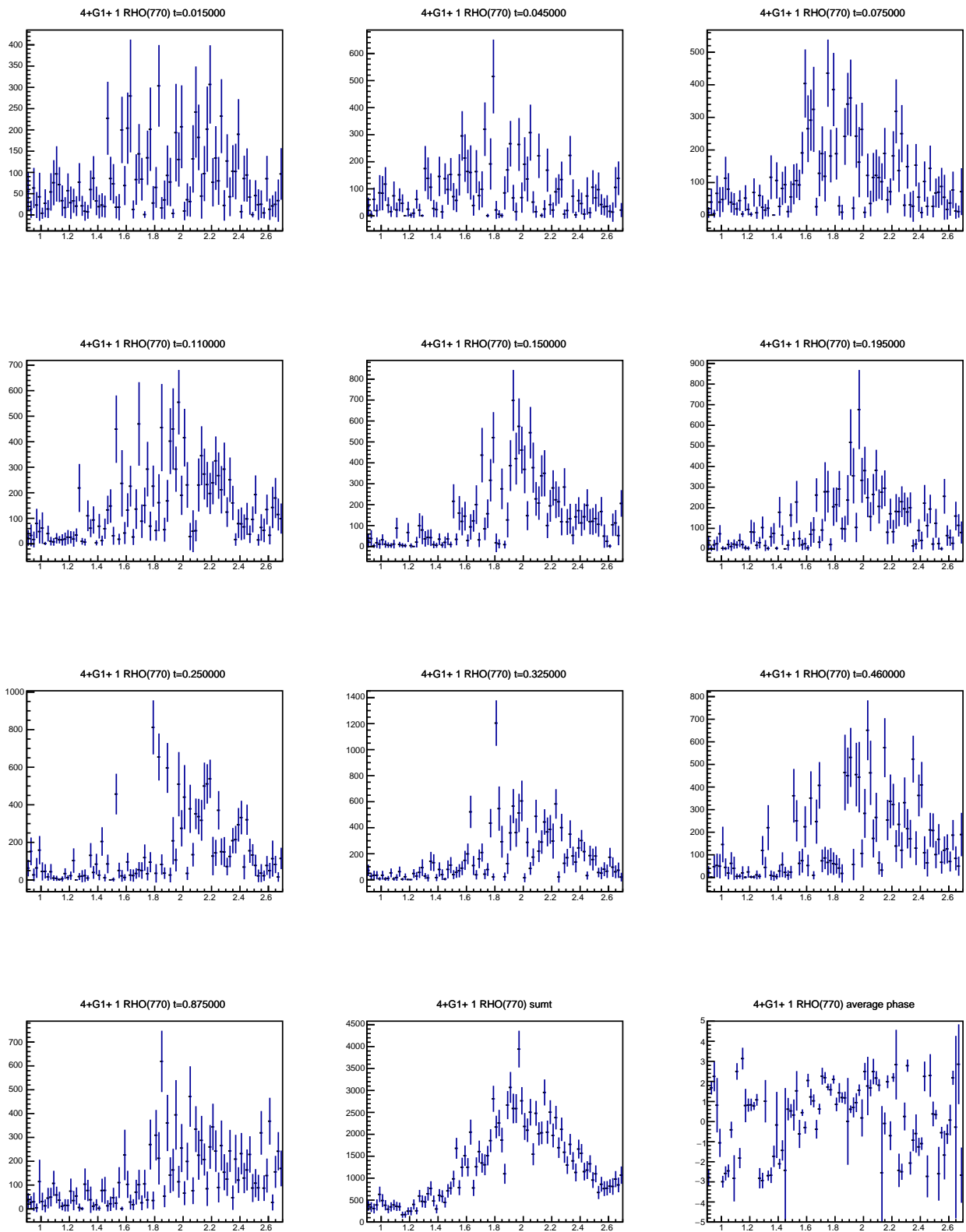


Рис. 9.12: Интенсивности и усреднённая фаза волны $4^+G1 + (1, \rho)$

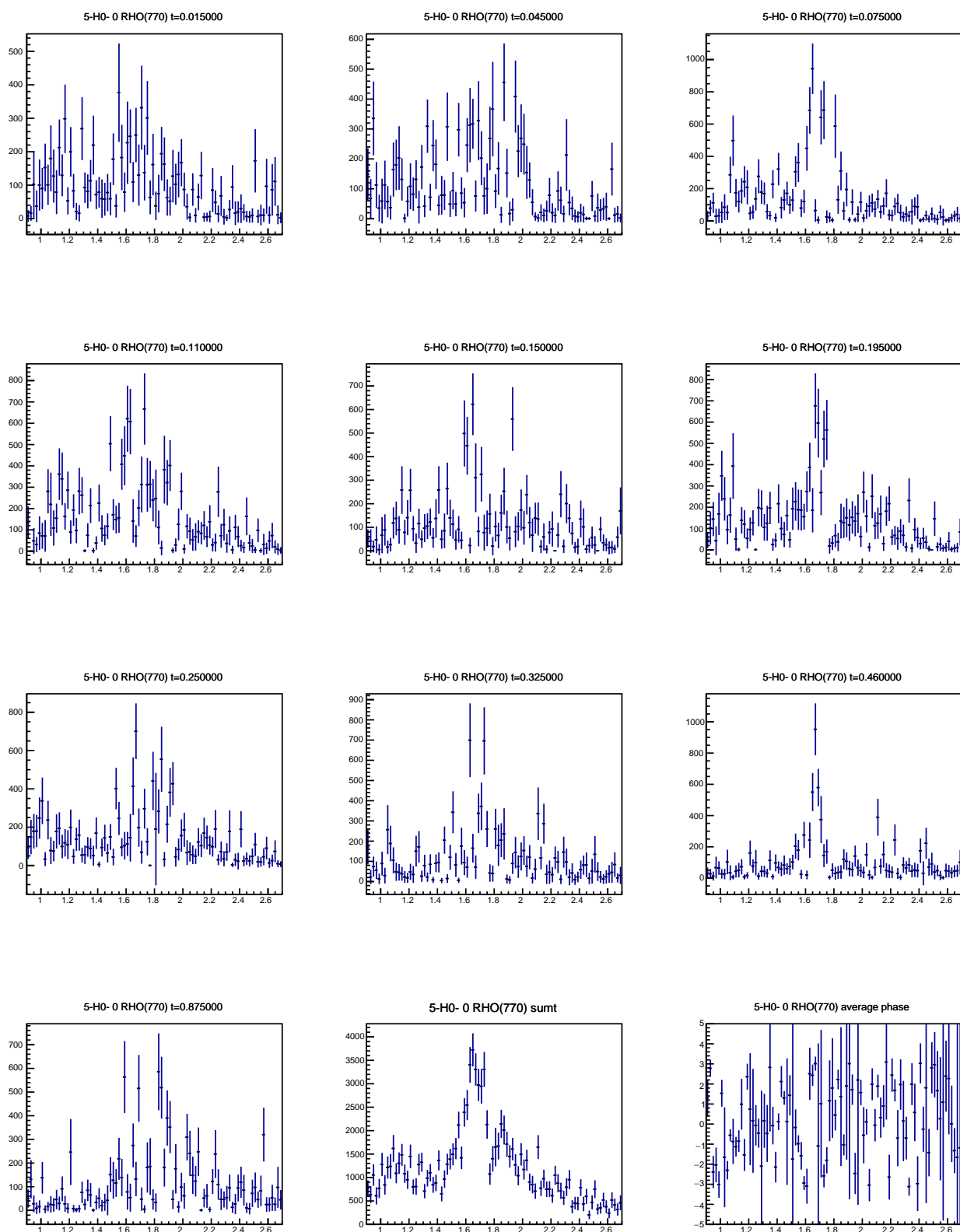


Рис. 9.13: Интенсивности и усреднённая фаза волны $5^-H0 - (0, \rho)$

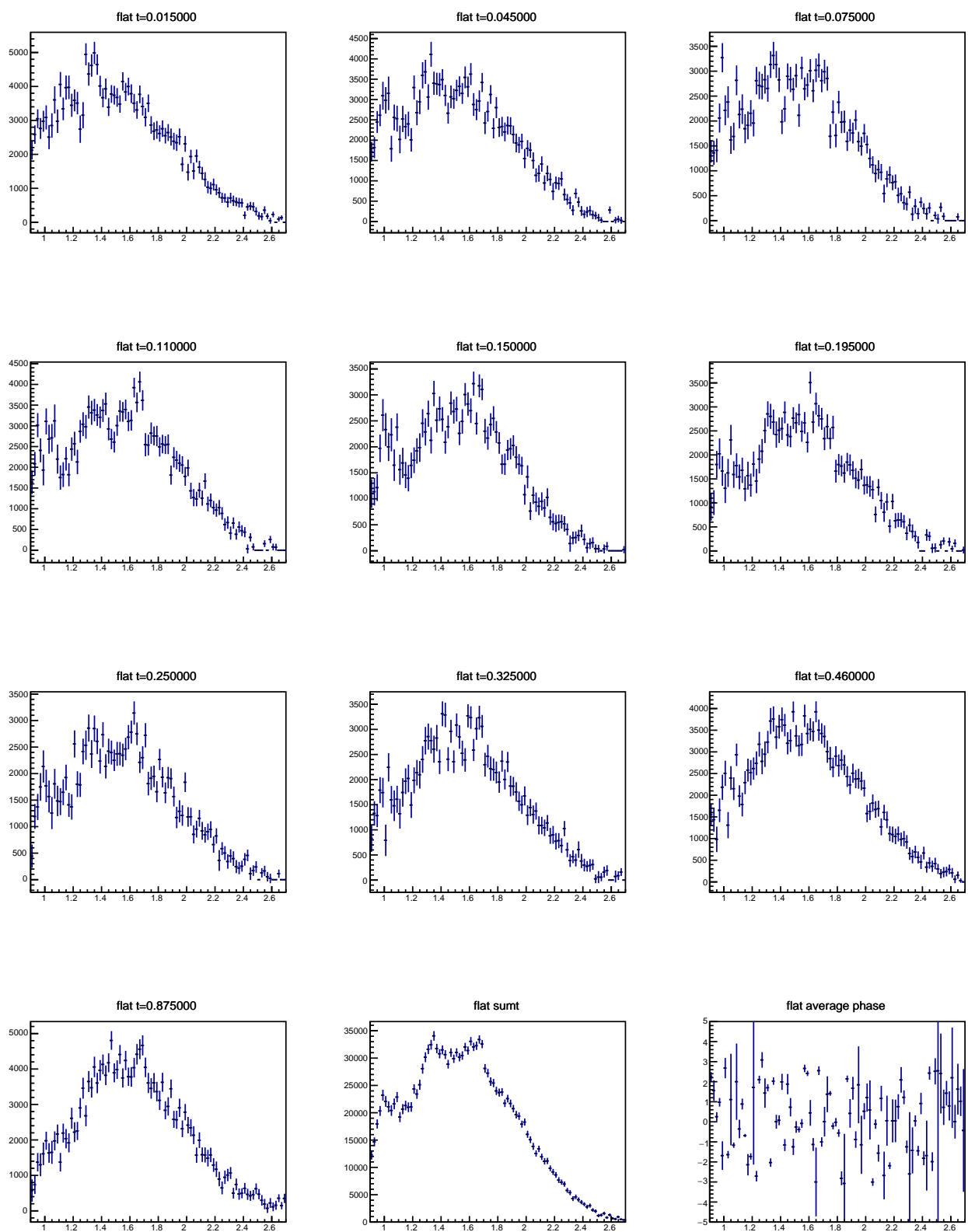


Рис. 9.14: Интенсивности и усреднённая фаза волны *flat*

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] Далиц Р. Странные частицы и сильные взаимодействия. 1964.
- [2] Нелипа Н.Ф. Введение в теорию сильновзаимодействующих элементарных частиц. Атомиздат, 1970.
- [3] Bugg D. Four sorts of mesons. 2004.
- [4] D.V. Amelin e. a. Partial-wave analysis of the reaction $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 n$ at $p_{\pi^-} = 36 \text{ GeV}/c$. Z. Phys. C 70, 71-75, 1996.
- [5] Дорофеев В. А. и др. Новый электромагнитный калориметр модернизированной установки ВЕС. ПТЭ №4, 2016. 1-9 с.
- [6] Борисов Г. В. Трековая система установки ВЕС. Препринт ИФВЭ 98-60, 1998. 23 с.
- [7] Битюков С. И. Система сбора данных установки вершинный спектрометр ИФВЭ (Установка ВЕС). Препринт ИФВЭ 94-101, 1994. 19 с.
- [8] Ивашин А. Предложение по формату DST для эксперимента ВЕС. ИФВЭ, 2011.
- [9] Нигойян А. В. Поиск высокоспиновых резонансов в системе $\pi^- \pi^+ \pi^0$. ИФВЭ, 2019. 61 с.
- [10] Дорофеев В. А. Частное сообщение. 2020.
- [11] Keller D. Techniques in Kinematic Fitting. CLAS-NOTE 2010-015, 2010.
- [12] Яворский Б. М. Справочник по физике для инженеров и студентов вузов. Москва: Оникс, 2007. 1056 с.
- [13] Compass C. Resonance Production and $\pi\pi$ S -wave in $\pi^- + p \rightarrow \pi^- \pi^- \pi^+ + p_{recoil}$ at $190 \text{ GeV}/c$. doi: 10.1103/PhysRevD.95.032004: Phys. Rev. D 95, 032004, 2017.
- [14] Chung S.-U. Spin formalisms. CERN 71-8, 25, 1971.
- [15] Blatt J. M., Weisskopf V. F. Theoretical nuclear physics. doi:10.1007/978-1-4612-9959-2.
- [16] Asner D. Charm Dalitz plot analysis formalism and results: Expanded RPP-2004 version. Phys.Lett.B592, 2003. 18 p.
- [17] K. Buchner e. a. Nucl. Phys., B34. 293, Appendix, 1971.
- [18] Flatte S. M. On the Nature of 0^+ Mesons. Phys. Lett. 63B, 228, 1976.
- [19] K. L. Au D. M., Pennington M. R. Meson Dynamics Beyond the Quark Model: A Study of Final State Interactions. Phys. Rev. D 35, 1633, 1987.
- [20] Slabospitsky S. R. CORE 2.1. arXiv:hep-ph/9507456, 1995. 108 p.
- [21] Шумаков А. А. Парциально-волновой анализ системы 3-х бесспиновых частиц. ИФВЭ, 2015.
- [22] Johnson S. G. The NLOpt nonlinear-optimization package. <http://github.com/stevengj/nlopt>.
- [23] Tanabashi M. Particle Data Group. Phys. Rev. D 98, 030001, 2018.
- [24] Рябчиков Д. И. Частное сообщение. <http://bison.ihep.ru/ryabchik/www/mdf/mdf.pdf>, 2021.
- [25] Нигойян А. В. Результаты ПВА системы $\pi^- \pi^+ \pi^0$. http://bison.ihep.ru/nigoyan/www/master_thesis/pwa_results/.
- [26] Нигойян А. В. Фиты амплитуд волн. http://bison.ihep.ru/nigoyan/www/master_thesis/amplitude_fits/.