

Федеральное государственное бюджетное учреждение
«Государственный научный центр Российской Федерации –
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ»
Национального исследовательского центра
«Курчатовский институт»

На правах рукописи

Разумов Иван Александрович

Прецизионное измерение массы топ-кварка в эксперименте DØ

01.04.23 – физика высоких энергий

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
д-р физ.-мат. наук, акад. РАН
Денисов С. П.

Протвино – 2014

Содержание

Введение	5
Глава 1. Установка DØ	8
§1.1. Система координат DØ	8
§1.2. Кремниевый микростриповый трекер (SMT)	10
§1.3. Центральный оптоволоконный трекер (CFT)	11
§1.4. Соленоид	12
§1.5. Предливневый детектор	12
§1.6. Калориметры	13
§1.7. Мюонная система	15
§1.8. Триггерная система DØ	17
Глава 2. Измерение массы топ-кварка	19
§2.1. Физика топ-кварка	19
§2.1.1. Стандартная модель	19
§2.1.2. Рождение топ-кварков на Тэватроне	22
§2.1.3. Распад топ-кварка	24
§2.1.4. Смысл термина масса топ-кварка	28
§2.2. Метод матричного элемента	31
§2.2.1. Общее описание метода	31
§2.2.2. Калибровка метода	35
§2.3. Отбор и моделирование событий	51
§2.3.1. Данные	51
§2.3.2. Отбор событий	51
§2.3.3. Моделирование событий методом Монте-Карло	52
§2.4. Систематические погрешности	54

§2.5. Моделирование ISR/FSR	58
§2.5.1. Настройка генератора PYTHIA	60
§2.5.2. Настройка связки генераторов ALPGEN+PYTHIA	64
Глава 3. Результаты	67
§3.1. Сравнение с предыдущим анализом	75
§3.2. Сравнение со средним результатом измерений на Тэватроне	76
§3.3. Сравнение со среднемировым значением	76
Заключение	77
Литература	79

Аннотация

Представлен результат измерения массы топ-кварка, распадающегося на лептон и адронные струи. Результат получен при энергии $\sqrt{s} = 1.96$ ТэВ в системе центра масс на статистике $p\bar{p}$ -столкновений, набранной в эксперименте DØ в ходе сеанса Run II на коллайдере Тэватрон в лаборатории имени Ферми и соответствующей интегральной светимости 9.7 фб $^{-1}$. При обработке данных был применён метод матричного элемента, позволяющий для каждого события вычислять вероятность соответствия сигналу (рождение пары $t\bar{t}$) или фону. Полученное значение массы составило $m_t = 174.98 \pm 0.58$ (стат) ± 0.49 (сист) ГэВ/ c^2 . Это измерение массы топ-кварка на Тэватроне является наиболее точным по состоянию на апрель 2014 года.

Введение

Открытие топ-кварка в 1995 году [1, 2] подтвердило существование шести кварков в трёх поколениях фермионов, предсказанных Стандартной моделью (СМ) взаимодействия элементарных частиц. Из-за большой массы топ-кварка m_t время его жизни ($\sim 3 \times 10^{-25}$ с) много меньше характерного времени адронизации кварков. Поэтому в эксперименте непосредственно измеряются характеристики топ-кварка, в том числе его масса. Большая масса топ-кварка, соответствующая коэффициенту взаимодействия Юкавы с бозоном Хиггса, равному единице в пределах погрешности измерения, позволяет предположить особую роль топ-кварка в нарушении электрослабой симметрии, и неудивительно, что прецизионные измерения массы топ-кварка привлекают повышенное внимание. Значения m_t также используются для получения ограничений на параметры расширений СМ [3].

Среднемировая статистическая ошибка значения m_t составляет 0.4% и точность измерения массы t -кварка определяется, в основном, систематическими погрешностями [4], наибольший вклад в которые дают неопределённости в калибровке энергии струй и моделировании $t\bar{t}$ событий методом Монте-Карло. Представленные в диссертации результаты измерения m_t выполнены при энергии $\sqrt{s} = 1.96$ ТэВ в системе центра масс с использованием статистики $p\bar{p}$ столкновений, набранной установкой DØ на ускорителе Тэватрон в лаборатории имени Ферми (США) в ходе сеанса Run II и соответствующей интегральной светимости 9.7 фб^{-1} . В данной работе рассматриваются только события рождения пары $t\bar{t}$ с последующим распадом топ- и антитоп-кварков на W -бозон и b -кварк ($t\bar{t} \rightarrow W^+W^-b\bar{b}$). В свою очередь, один из W -бозонов распадается по каналу $W \rightarrow \ell\nu_\ell$, а другой — по каналу $W \rightarrow q\bar{q}'$. Затем распады всех четырёх кварков ($b\bar{b}q\bar{q}'$) приводят к образованию адронных струй. Такой канал распада называется полулептонным ($\ell + \text{jets}$) и характеризуется

наличием одного изолированного энергичного электрона или мюона из распада $W \rightarrow \ell\nu$, дисбалансом поперечного импульса от вылетевшего нейтрино и четырьмя или более струями от эволюции двух b -кварков и двух других кварков из распада $W \rightarrow q\bar{q}'$.

Целью диссертационной работы является определение величины массы топ-кварка с использованием статистики 9.7 фб^{-1} , набранной в $p\bar{p}$ -соударениях на установке DØ.

Актуальность работы

Представленный результат является наиболее точным измерением массы топ-кварка на Тэватроне по состоянию на апрель 2014 года.

Научная новизна

Это измерение является продолжением предыдущего [5], в котором было получено значение $m_t = 174.94 \pm 1.14(\text{стат}) \pm 0.96(\text{сист}) \text{ ГэВ}/c^2$. Помимо увеличения выборки данных, приведшей к уменьшению статистической составляющей ошибки, была улучшена оценка некоторых компонентов систематической погрешности за счёт использования улучшенной калибровки детектора и последних результатов в области моделирования процессов с участием $t\bar{t}$.

Практическая ценность

Полученный результат по массе топ-кварка может быть использован при планировании экспериментов на ЛНС, связанных с рождением t -кварка, а также для проверки современных теоретических моделей элементарных частиц. Прецизионное измерение m_t существенно для планирования экспериментов на будущих коллайдерах высоких энергий.

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, трёх глав и заключения.

В первой главе диссертации дано описание установки DØ.

Вторая глава содержит описание данных, использованных в этой диссертации, а также методов их анализа.

В §2.1 дан краткий обзор физики топ-кварка, а также рассмотрен смысл термина «масса топ-кварка».

В §2.2 приведено краткое описание метода матричного элемента, использованного в этой работе для определения массы топ-кварка m_t и поправочного коэффициента энергии струй (jet energy scale, JES) k_{JES} . Кроме того, в этом разделе оценены вероятности фоновых и сигнальных событий, а также приведены результаты калибровки метода.

Описание критериев отбора событий, а также генерации сигнальных и фоновых событий методом Монте-Карло приведено в §2.3.

Анализ систематических погрешностей измеряемого значения приведён в §2.4, а в §2.5 подробно рассмотрен вопрос подбора параметров моделирования излучения из начального и конечного состояний, используемых при оценке влияния этих процессов на измеряемую массу топ-кварка.

В третьей главе приведён результат измерения массы топ-кварка, и проведено сравнение полученного результата с другими измерениями.

В заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы.

Диссертация основана на результатах исследований, выполненных на установке DØ в 2010–2014 годах.

Апробация работы и публикации

Результаты, изложенные в диссертации, неоднократно докладывались на совещаниях и семинарах сотрудничества эксперимента DØ и научных конференциях, а также на сессиях СЯФ ОФН РАН в 2011–2013 годах [6–8] и Курчатовской школе для молодых учёных [9]. Результат, представленный в работе, опубликован в журнале Physical Review Letters [10].

Апробация диссертации прошла в ГНЦ ИФВЭ НИЦ КИ 30 апреля 2014 года.

Глава 1

Установка DØ

Установка DØ [11] — это многоцелевой детектор, разработанный для изучения протон-антипротонных столкновений с энергией 2.0 ТэВ в системе центра масс на коллайдере Тэватрон в лаборатории имени Ферми. Установка состоит из нескольких субдетекторов и охватывает почти полный телесный угол вокруг точки столкновения. На рис. 1.1 показана схема установки. Ближе всего к точке столкновений находится центральная трековая система, задача которой состоит в определении траекторий и импульсов заряженных частиц, образующихся в $p\bar{p}$ -взаимодействиях. Она находится в соленоидальном магнитном поле с индукцией 2 Тл. За соленоидом расположены сцинтилляционный предливневый детектор для определения вершины электромагнитного ливня и адронный и электромагнитный калориметры, позволяющие измерять энергию частиц. Внешним слоем является детектор, предназначенный для регистрации и идентификации мюонов.

§1.1. Система координат DØ

В эксперименте DØ используется обычная правая координатная система (x, y, z) . Началом системы координат считается центр детектора, а положительное направление оси z выбирается совпадающим с направлением движения пучка протонов. Ось y направлена вверх. Используется также цилиндрическая система координат (r, ϕ, z) , где радиальное расстояние r и азимутальный угол ϕ определяются следующим образом:

$$(r, \phi) = \left(\sqrt{x^2 + y^2}, \arctg \frac{y}{x} \right).$$

При описании кинематики реакций часто используются быстрота y и

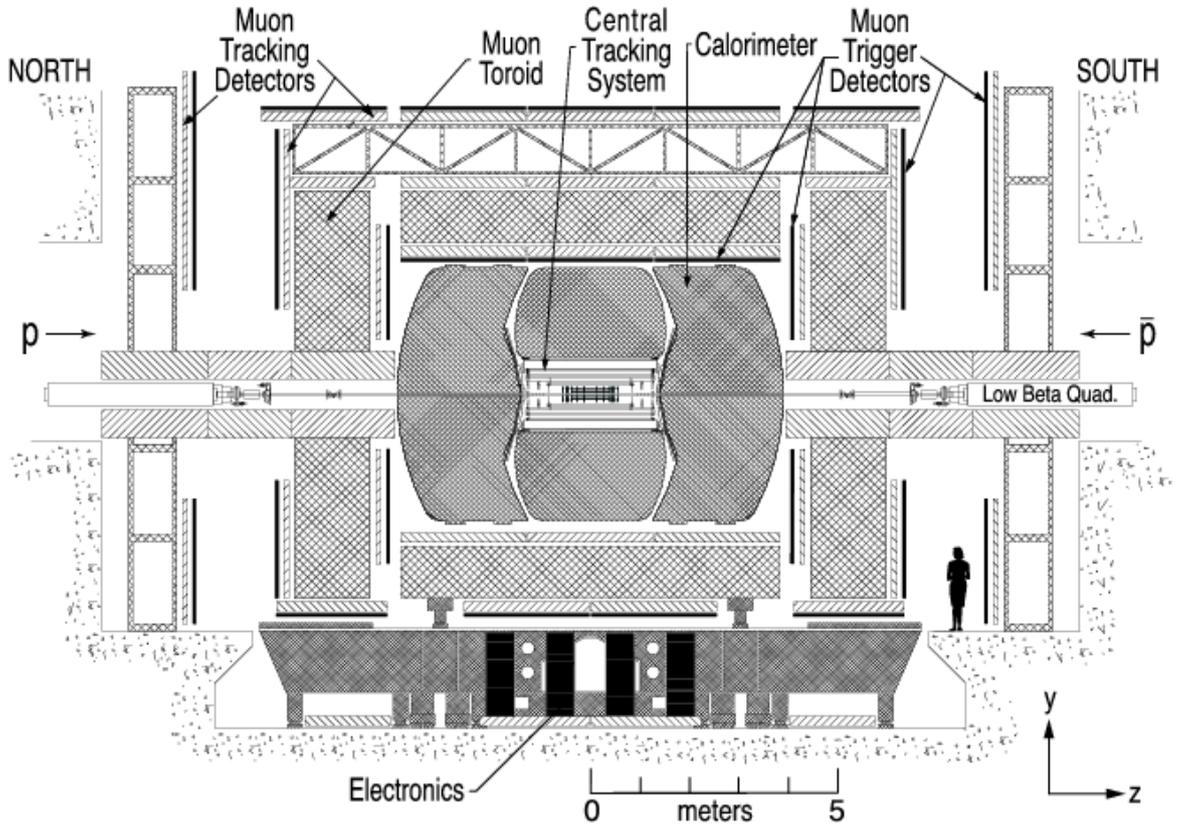


Рис. 1.1. Схема установки DØ (вид сбоку).

псевдобыстрота η :

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_z}{E - p_z} \right) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2} + p_z}{\sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2} - p_z} \right),$$

$$\eta = -\ln \left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \right) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{|\mathbf{p}| + p_z}{|\mathbf{p}| - p_z} \right),$$

где θ — угол между направлением импульса частицы и положительным направлением оси z . В ультррелятивистском пределе, когда m/E стремится к нулю и, следовательно, $m/|\mathbf{p}|$ стремится к нулю, y и η совпадают. Таким образом, псевдобыстроту можно считать приближенным значением истинной быстроты в ультррелятивистском пределе. Область малых значений $|\eta|$ называют «центральной», а больших — «передней».

В качестве меры углового разделения частиц часто используется величина ΔR :

$$\Delta R = \sqrt{(\Delta\eta)^2 + (\Delta\phi)^2}.$$

§1.2. Кремниевый микростриповый трекер (SMT)

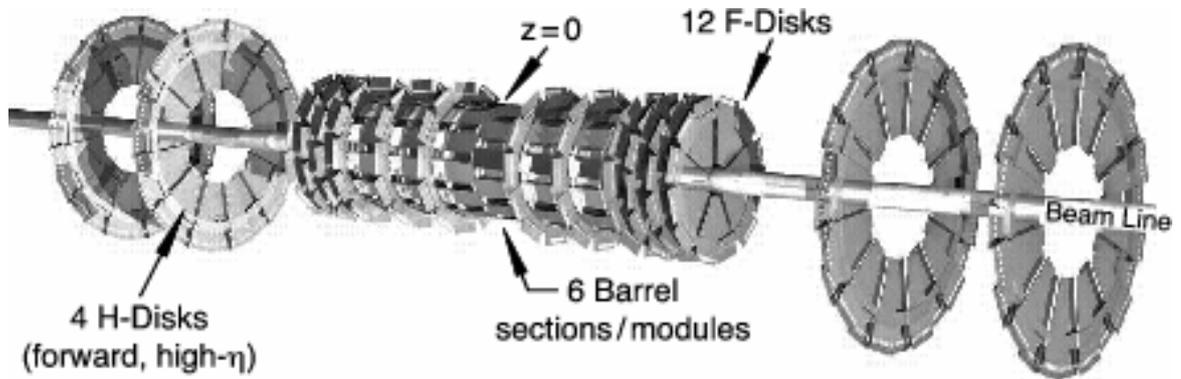


Рис. 1.2. Схема детектора SMT.

Кремниевый микростриповый трекер [12] находится ближе всего к области взаимодействия протонов и антипротонов. Пространственное разрешение SMT составляет 10 мкм в аксиальном направлении и 35 мкм вдоль оси пучка, что позволяет регистрировать треки и восстанавливать вершины короткопробежных частиц с высокой точностью. Активный элемент SMT (стрип) состоит из $p - n$ диода, работающего в режиме обратного смещения. $p - n$ переход создаёт обеднённую зону, в которой нет свободных электронов. Попав в эту область, заряженная частица вызывает ионизацию, соответственно в зоне проводимости появляются электроны, а в валентной зоне - дырки. Под действием напряжения, приложенного к напылённым на поверхность чувствительной зоны электродам, возникает движение электронов и дырок, формируется импульс тока, регистрируемый электроникой считывания.

На рис. 1.2 показана схема детектора SMT. Он состоит из кремниевых «вафель», собранных в «бочки» и «диски». Всего детектор состоит из 6 «бочек», каждая из которых собрана из 4 цилиндрических слоёв длиной 12 см. Каждый из 4 слоёв состоит из 2 перекрывающихся субслоёв, закрывающих полный диапазон по азимутальному углу ϕ . Между «бочками» расположены F-диски. Внешний радиус дисков составляет 10 см. Кремниевые «вафли» на

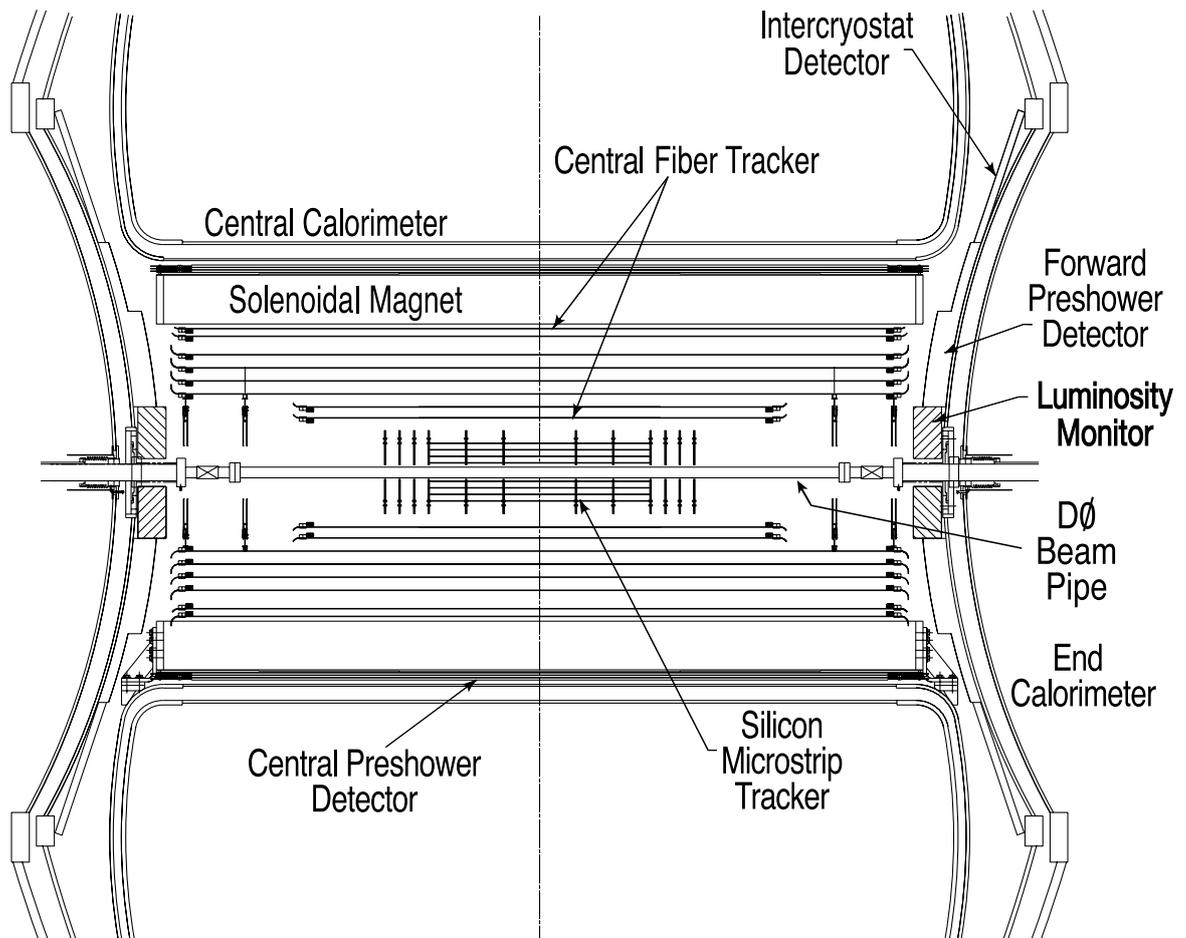


Рис. 1.3. Схема центральной трекинговой системы.

этих дисках - двухсторонние. F-диски состоят из 12 перекрывающихся секторов, что позволяет перекрыть поперечную плоскость (x, y) . Кроме того, имеется 4 больших H-диска, перекрывающих область больших $|\eta|$, и имеющих координаты $|z| = 100.4$ и 121.0 см. Они собраны из 24 перекрывающихся секторов, имеют внутренний радиус 9.5 см и внешний — 26 см.

§1.3. Центральный оптоволоконный трекер (CFT)

CFT [13] измеряет координаты треков заряженных частиц с помощью сцинтилляционных волокон диаметром 835 мкм. Фотоны, возникающие при прохождении заряженной частицы через волокно, регистрируются детекторами фотонов видимого света (VLPC).

Как показано на рис. 1.3, CFT состоит из 8 суперслоёв, каждый из которых состоит из аксиального слоя (параллельного оси z) и стереослоя (наклонённого на угол $\pm 3^\circ$). CFT перекрывает область $|\eta| < 2.0$, его внутренний радиус равен 19.5 см, внешний — 51.5 см. Два внутренних слоя собраны из волокон длиной 116 см, остальные — по 252 см. Пространственное разрешение CFT составляет 100 мкм в азимутальном направлении.

§1.4. Соленоид

Импульс заряженной частицы может быть измерен по её отклонению в магнитном поле. Магнитное поле создаётся соленоидом [14], в котором используется сверхпроводящий многоволоконный кабель из сплава CuNbTi, стабилизированного алюминием. Кабель охлаждается жидким гелием до температуры 4°K . Длина соленоида составляет 1.73 м, диаметр — 1.42 м. Он создаёт практически однородное магнитное поле с индукцией 2 Тл.

§1.5. Предливневый детектор

Сцинтилляционный предливневый детектор расположен между соленоидом и центральным калориметром. Центральный предливневый детектор (CPS) [15] детектирует частицы в области $|\eta| < 1.3$, а два передних предливневых детектора (FPS) [16] — в области $1.5 < |\eta| < 2.5$. CPS состоит из 3 слоёв полос сцинтиллятора, имеющих треугольное сечение, а FPS — из 4. Предливневый детектор улучшает идентификацию фотонов и электронов и позволяет определить вершины вызываемых ими электромагнитных ливней.

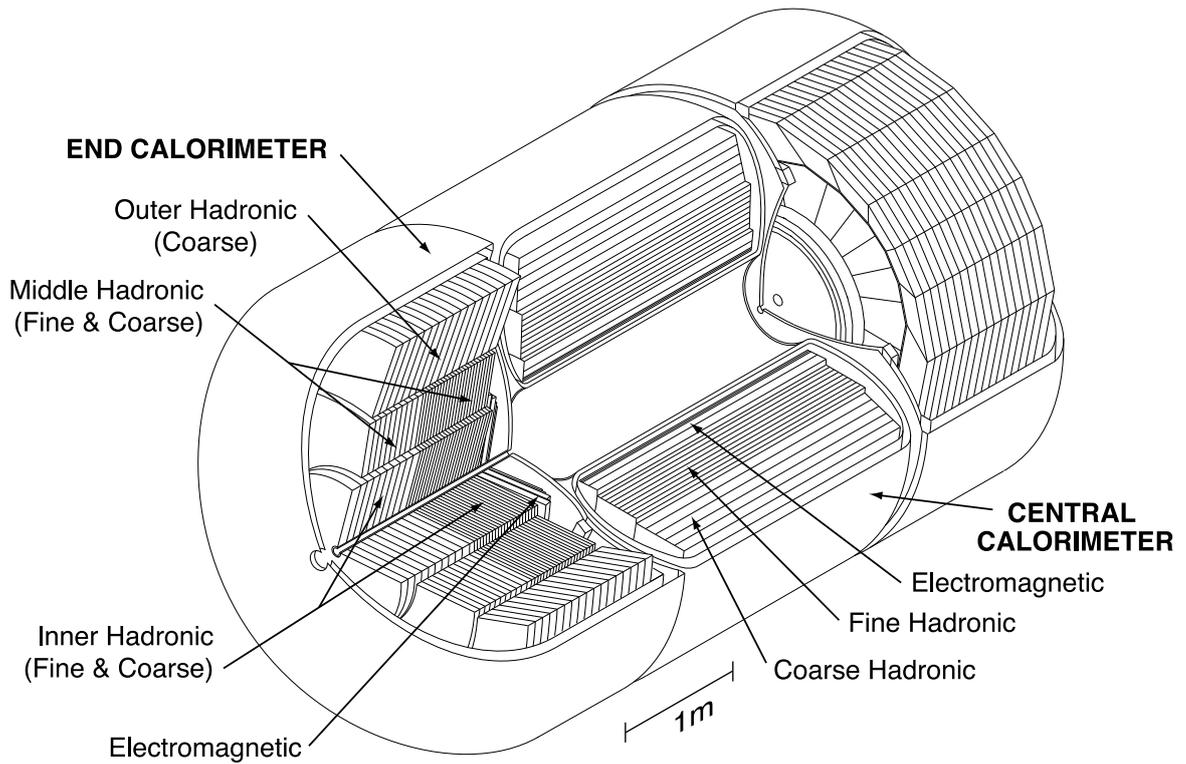


Рис. 1.4. Центральный и концевой калориметр (в разрезе).

§1.6. Калориметры

Калориметры [17] предназначены для измерения энергии электронов, фотонов, адронов и адронных струй, рождающихся в $p\bar{p}$ -столкновениях. В установке DØ используются жидкоаргоновые калориметры - центральный (CC) и два торцевых (EC) (рис. 1.4). Калориметры состоят из чередующихся слоёв поглотителя и детектирующей среды для вторичных заряженных частиц электромагнитных и адронных ливней, образованных частицами в поглотителях.

Центральный калориметр регистрирует частицы с $|\eta| < 1.1$, торцевые калориметры перекрывают области $|\eta|$ от 1.3 до 4.0. Каждый калориметр состоит из двух секций: электромагнитной и адронной. Адронная секция, в свою очередь, состоит из «точной» и «грубой», различающихся размером ячейки и толщиной поглотителя.

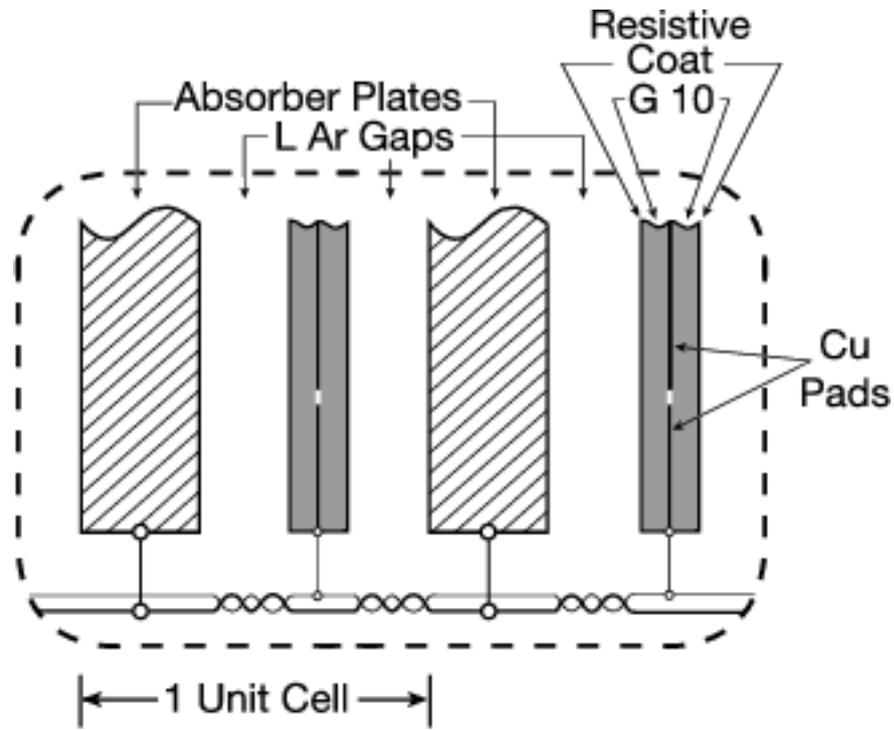


Рис. 1.5. Схема ячейки калориметра.

Типичная структура ячейки калориметра показана на рис. 1.5. В электромагнитных калориметрах в качестве поглотителя используются 3-4 мм пластины из обеднённого урана, в «точном» адронном — 6 мм пластины из уран-ниобиевого сплава, в «грубом» — 46.5 мм пластины из меди и нержавеющей стали. Сигнальная плата, покрытая резистивным слоем, заряжается до потенциала 2 кВ. Она используется для сбора электронов ионизации, образованных заряженными частицами ливней в жидком аргоне, заполняющем зазоры между поглотителем и сигнальной платой.

Ячейки калориметра организованы в псевдопроеccionные башни, как показано на рис. 1.6. Размер одной башни — $\Delta\phi \times \Delta\eta = 0.1 \times 0.1$. Разрешение калориметров по энергии частиц, измеренное на тестовом пучке составляет $15\%/\sqrt{E} + 0.3\%$ для электронов и $45\%/\sqrt{E} + 4\%$ для π -мезонов.

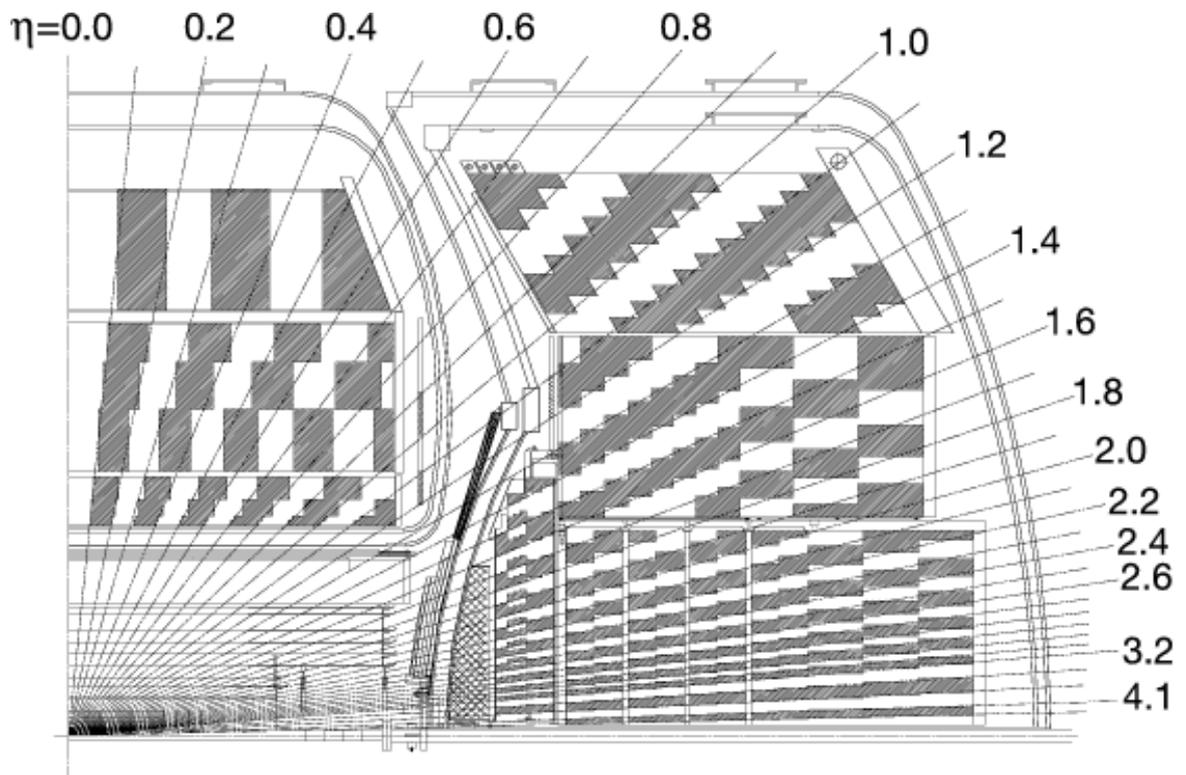


Рис. 1.6. Схема группировки ячеек калориметра в башни, соответствующие различным значениям псевдобыстроты.

§1.7. Мюонная система

Калориметр поглощает большинство частиц, кроме нейтрино (малость сечения взаимодействия которых не позволяет регистрировать их) и мюонов. Поэтому внешний слой детектора был разработан специально для регистрации мюонов. Мюонная система [18] состоит из трёх слоёв (А, В и С) сцинтилляторов и дрейфовых трубок, позволяющих измерять координаты треков и времена пролёта. Между первым и вторым слоями располагается тороидальный магнит из намагниченной стали с полем 1.8 Тл, позволяющим измерять импульсы мюонов.

Дрейфовые трубки используются для определения координат мюонных треков. Их пространственное разрешение составляет примерно 1 мм. Сцин-

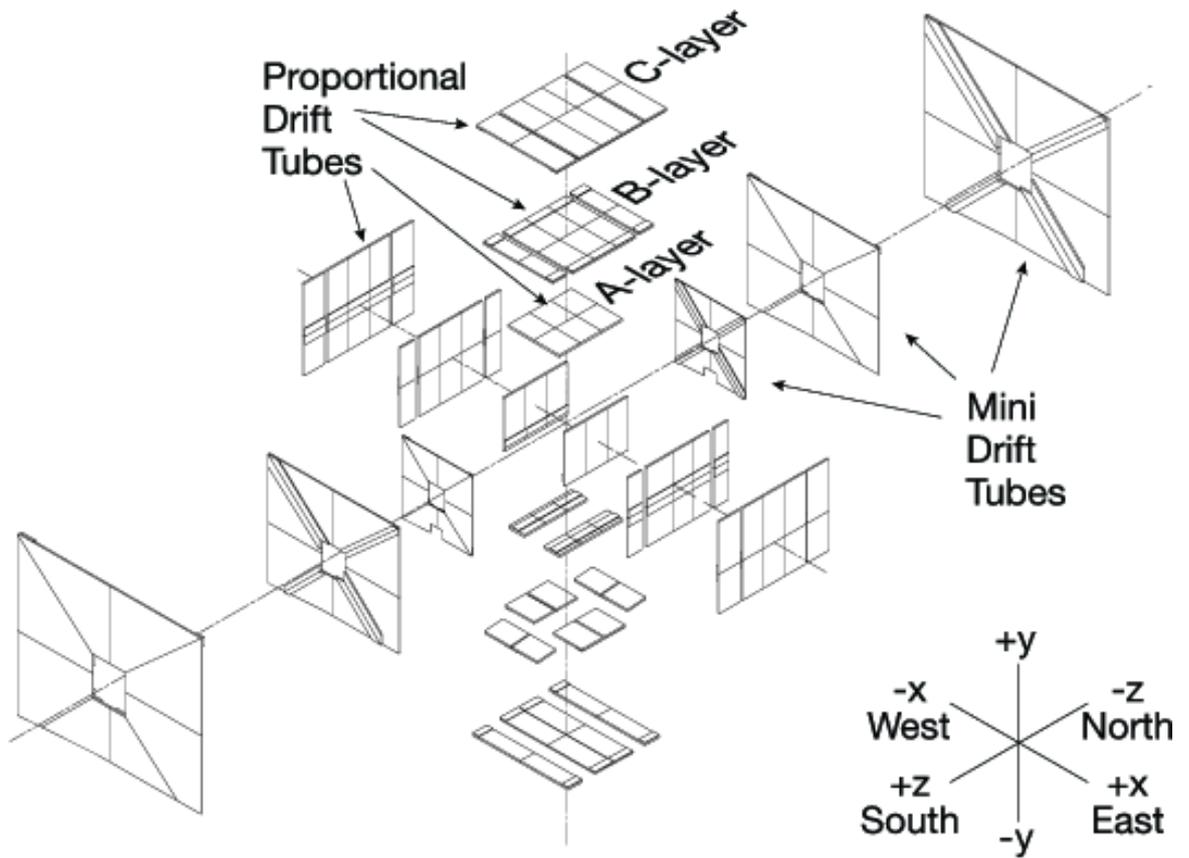


Рис. 1.7. Схема расположения слоёв А, В и С дрейфовых трубок мюонной системы.

тилляционные счётчики служат для точной временной привязки мюонных треков к данному взаимодействию и подавления космического фона. Их временное разрешение составляет около 2 нс. Сигналы с них используются для формирования триггера первого уровня. На рис. 1.7 показано расположение дрейфовых трубок мюонной системы. Сцинтилляторы расположены практически идентично. Центральная мюонная система регистрирует частицы в интервале $|\eta| < 1$, передняя $-1 < |\eta| < 2$. Область $225 < |\phi| < 310$ слоя А центральной системы не имеет детектирующих элементов, так как это пространство занято структурой, поддерживающей калориметр.

§1.8. Триггерная система DØ

Каждую секунду в установке DØ происходит около 2.5 миллиона $p\bar{p}$ взаимодействий, что, с учётом среднего размера одного события порядка 250 Кбайт, даёт поток информации около 600 Гбайт/сек. Запись такого объёма данных представляет сложную задачу. Но это и не нужно делать, так как только малая часть событий глубокоэластичного рассеяния представляет интерес. Для отбора таких событий и предназначена триггерная система.

В эксперименте DØ используется трёхуровневый триггер, каждый последующий уровень имеет больше времени на принятие решения, чем предыдущий, что позволяет использовать в нём более сложные алгоритмы обработки. Архитектура первых двух уровней [19, 20] показана на рис. 1.8.

Первый уровень триггера (L1) — полностью аппаратный, это обеспечивает высокую быстроту принятия решений. Каждый триггер первого уровня обрабатывает данные с соответствующего субдетектора, а затем собирает результат и передаёт его в L1 framework (L1FW). L1FW принимает решение о дальнейшей судьбе события - продолжить его анализ или перейти к следующему. Триггер L1 позволяет уменьшить поток событий в 1000 раз — с 2.5 МГц до примерно 2.5 кГц.

Если событие принято триггером L1, оно оцифровывается и сохраняется в одном из 16 буферов триггера второго уровня (L2). Затем кинематика события восстанавливается с большей точностью путём комбинирования данных с различных субдетекторов. Триггер второго уровня также аппаратный, он уменьшает скорость счёта до ~ 1 кГц.

Триггер третьего уровня (L3) [21] — программный, выполняется на «ферме» компьютеров под управлением ОС Linux. Каждое событие частично восстанавливается на одном из узлов «фермы», который принимает решение о записи события на ленту для последующей offline-обработки. В выработке ре-

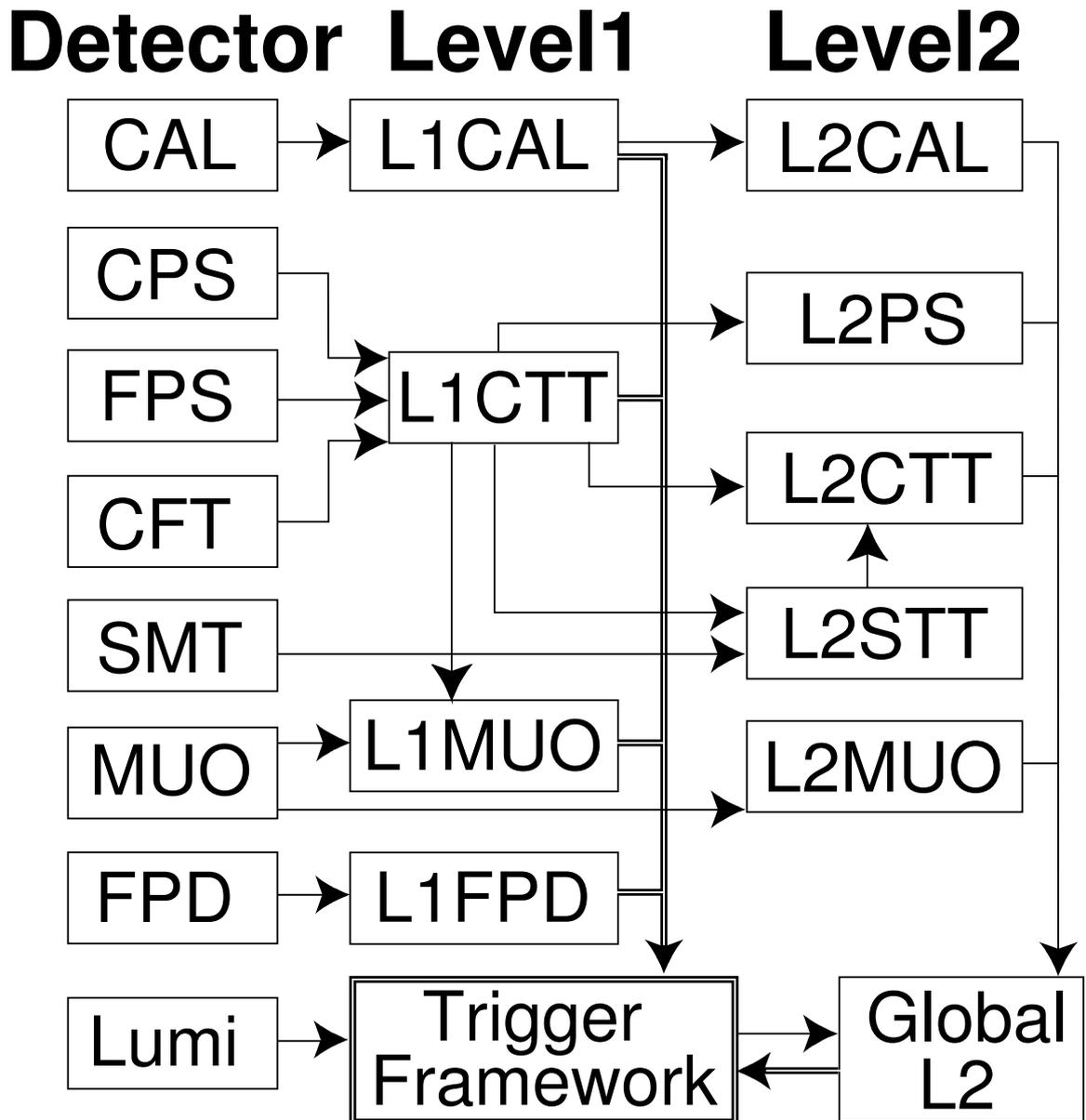


Рис. 1.8. Архитектура триггеров 1 и 2 уровня установки DØ. Стрелками показано направление движения информации.

шения могут использоваться сложные переменные, например, недостающая поперечная энергия или вероятность b -мечения. L3 уменьшает поток событий примерно в 20 раз до уровня 50 Гц.

Глава 2

Измерение массы топ-кварка

§2.1. Физика топ-кварка

§2.1.1. Стандартная модель

В настоящее время считается, что все физические явления, наблюдаемые в природе, происходят благодаря электромагнитным, сильным, слабым и гравитационным взаимодействиям. Стандартная модель (СМ), которая широко используется в настоящее время в физике высоких энергий, описывает три из этих четырёх взаимодействий (она не включает в себя гравитацию).

В соответствии со стандартной моделью [22–25] мир состоит из частиц вещества и переносчиков взаимодействий также являющихся частицами. Все частицы вещества являются фермионами, обладающими спином $1/2$, а переносчики взаимодействий — бозонами с целыми значениями спина. Кроме того, частицы вещества можно разделить на кварки и лептоны, которые дополнительно разделяются на три разные семейства (или поколения).

В таблице 2.1 приведены известные частицы вещества и их основные свойства. Для каждой частицы из этой таблицы существует «партнёр», обладающий той же массой, но противоположными знаками всех зарядов, называемый «античастицей».

Большая часть частиц в наблюдаемой Вселенной относятся к первому поколению. В силу природы сильного взаимодействия, кварки существуют только в связанных состояниях — в основном в кварк-антикварковых парах (мезонах) или трёхкварковых системах (барионах). Например, протон - это связанное состояние трёх кварков uud , а π^+ -мезон - двух $u\bar{d}$.

Открытый в 1995 году в экспериментах на Тэватроне [1], [2], топ-кварк

Таблица 2.1. Фермионы Стандартной модели

Поколение	Обозначение	Наименование	Масса (МэВ/ c^2)	Эл. заряд (e)
Кварки				
1	d	Нижний кварк (Down)	$4.0 \sim 8.0$	$-1/3$
	u	Верхний кварк (Up)	$1.5 \sim 4.0$	$+2/3$
2	s	Странный кварк (Strange)	95 ± 25	$-1/3$
	c	Очарованный кварк (Charmed)	1250 ± 90	$+2/3$
3	b	Прелестный кварк (Bottom)	4250 ± 150	$-1/3$
	t	Истинный кварк (Top)	$172\,600 \pm 1\,400$	$+2/3$
Лептоны				
1	e	Электрон	0.511	-1
	ν_e	Нейтрино электронное	$< 15 \text{ эВ}$	0
2	μ	Мюон	105	-1
	μ_μ	Нейтрино мюонное	< 0.17	0
3	τ	Тау-лептон	1777	-1
	μ_τ	Нейтрино тау-лептонное	< 24	0

— последний элемент семейства кварков, необходимый для завершения Стандартной модели.

Двумя составными частями Стандартной модели являются квантовая хромодинамика и модель электрослабых взаимодействий.

§2.1.1.1. Квантовая хромодинамика

Квантовая хромодинамика (КХД) — это теория сильного (цветового) взаимодействия, описываемого $SU(3)_c$ полем [26, 27] и генерируемое тремя различными цветовыми зарядами: красным (r), зелёным (g), синим (b). Каждый кварк обладает цветовым зарядом, а взаимодействие переносится калибровочными бозонами - глюонами. Так как глюоны переносят цветовой заряд, то они взаимодействуют как с кварками, так и сами с собой. В результате этого константа сильного взаимодействия убывает с увеличением переданного импульса μ [28, 29]:

$$\alpha_s = \frac{4\pi}{(11 - \frac{2n_f}{3}) \ln(\frac{\mu^2}{\Lambda_{QCD}^2})}. \quad (2.1)$$

Здесь n_f — число кварков с массой меньше μ . Это уравнение иллюстрирует принцип «асимптотической свободы» в КХД: с ростом энергии взаимодействия (т.е. с уменьшением размера области взаимодействия) константа связи стремится к нулю. Это создаёт «антиэкранирующий» эффект: близко расположенные кварки не «чувствуют» сильного взаимодействия. Если попытаться разделить такие кварки, то в какой-то момент энергии их взаимодействия станет достаточно для рождения новой пары кварк-антикварк из вакуума. Таким образом, стабильные состояния кварков должны быть нейтральными по цвету: цветовыми синглетами $r\bar{r}$, $g\bar{g}$, $b\bar{b}$ или цветовым триплетом: rgb или $\bar{r}\bar{g}\bar{b}$.

§2.1.1.2. Электрослабое взаимодействие

Электромагнитное взаимодействие заряженных частиц описывается квантовой электродинамикой (КЭД) [30], в которой роль переносчика взаимодействия играет фотон. Слабое взаимодействие переносят три калибровочных бозона: W^+ , W^- и Z^0 . Электромагнитное и слабое взаимодействия объединяются в единое электрослабое взаимодействие, описываемое калибровочной группой $SU(2)_L \times U(1)_Y$ [23], генераторами которой являются четыре безмассовых калибровочных бозона.

Если к электрослабому лагранжиану добавить скалярное хиггсовское поле, то выбор определённого минимума хиггсовского поля одновременно нарушит симметрию и породит бозон Намбу-Голдстоуна [31]. Этот бозон, взаимодействуя с безмассовыми калибровочными бозонами, даст три массивных векторных бозона и один безмассовый фотон. В этом и заключается механизм Хиггса [32, 33]. Появляющаяся при этом новая массивная частица называется бозон Хиггса.

Теория предсказывает следующее соотношение между массами бозонов и электрослабой константой связи [34]:

$$\frac{m_W^2}{m_Z^2} = 1 - \sin^2 \theta_W,$$

где θ_W — угол слабого смешивания, определяющий соответствующие силы связывания между группами $SU(2)$ и $U(1)$ в электрослабом лагранжиане. В таблице 2.2 приведены основные свойства калибровочных бозонов в Стандартной модели.

§2.1.2. Рождение топ-кварков на Тэватроне

Основными процессами, в которых может рождаться рождаться топ-кварк, являются кварк-антикварковая аннигиляция ($q\bar{q} \rightarrow t\bar{t}$) и глюон-глюон-

Таблица 2.2. Бозоны Стандартной модели

Обозначение	Наименование	Взаимодействие	Масса (ГэВ/ c^2)	Эл. заряд (e)
γ	Фотон	Электромагнитное	0	0
g	Глюон	Сильное	0	0
W^\pm	W-бозон	Слабое	80.403 ± 0.029	1
Z^0	Z-бозон	Слабое	91.1876 ± 0.0021	0

ный синтез ($g\bar{g} \rightarrow t\bar{t}$). Фейнмановские диаграммы этих процессов в главном порядке (LO) [35] показаны на рис. 2.1. На Тэватроне примерно 85% $t\bar{t}$ пар рождаются через кварк-антикварковую аннигиляцию и 15% — через глюон-глюонный синтез [36].

§2.1.3. Распад топ-кварка

Рождённые топ-кварки не могут быть зарегистрированы напрямую, а только по продуктам распада. Распады кварков управляются 3×3 -матрицей Кабиббо–Кабаяши–Маскавы (СКМ) [37, 38]:

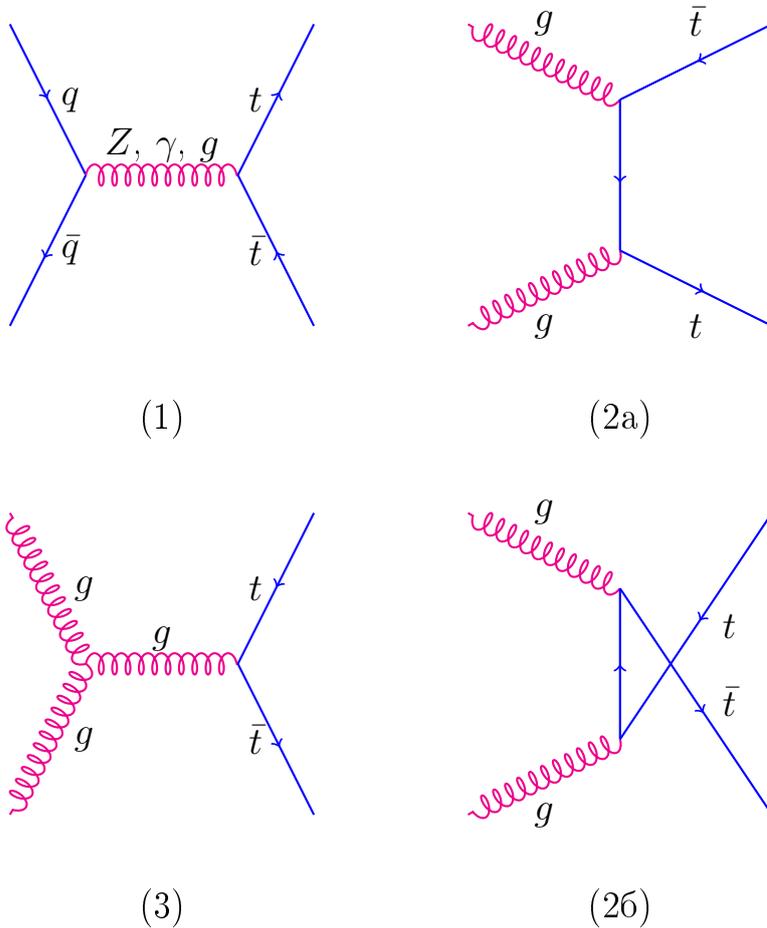


Рис. 2.1. Фейнмановские диаграммы рождения топ-кварка в главном порядке теории возмущений на адронном коллайдере. На диаграмме (1) показано рождение в результате аннигиляции кварков, на диаграммах (2) и (3) — рождение через глюон-глюонный синтез.

$$\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

Квадрат модуля каждого элемента матрицы соответствует вероятности перехода кварка из одного аромата в другой путём слабого распада. Недиагональные элементы матрицы не равны нулю, что позволяет переход кварков между поколениями. Можно показать, что матрица унитарна. Это даёт следующее ограничение на значение $|V_{tb}|$ [39]:

$$0.9989 < |V_{tb}| < 0.9993.$$

Таким образом, топ-кварк почти в 100% случаев распадается на b -кварк и W -бозон. Если пренебречь массой b -кварка и шириной W -бозона, ширина распада топ-кварка равна [40]:

$$\Gamma(t \rightarrow Wb) = \frac{G_F m_t^3}{8\pi\sqrt{2}} \left(1 - \frac{M_W^2}{m_t^2}\right)^2 \left(1 + 2\frac{M_W^2}{m_t^2}\right) \left[1 - \frac{2\alpha_s}{3\pi} \left(\frac{2\pi^2}{3} - \frac{5}{2}\right)\right],$$

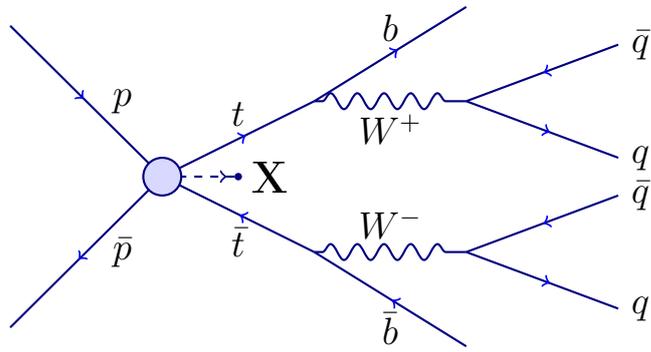
где G_F — постоянная Ферми, α_s — постоянная сильного взаимодействия. Для массы топ-кварка равной $170 \text{ ГэВ}/c^2$ значение $\Gamma(t \rightarrow Wb)$ составляет 1.5 ГэВ . Эта величина больше, чем масштаб энергий сильного взаимодействия $\Lambda_{QCD} = 200 \text{ МэВ}$, то есть время распада топ-кварка меньше характерного времени КХД-взаимодействия. Таким образом, большая часть распадов топ-кварков происходит до образования связанного состояния $t\bar{t}$ или t -адронов.

Образовавшийся W -бозон распадается либо по адронному каналу, либо по лептонному. Поэтому можно выделить три возможных канала распада пары $t\bar{t}$:

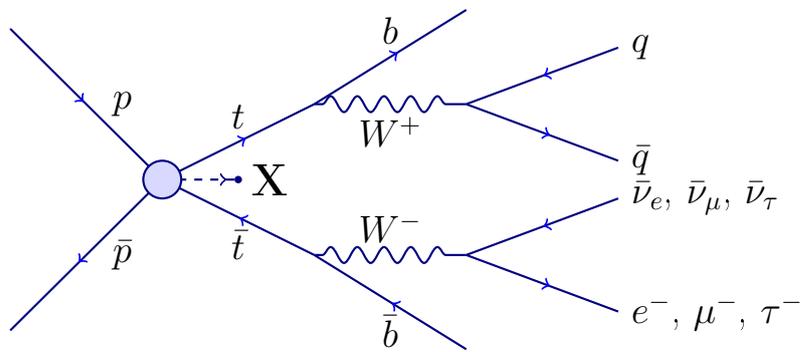
- дилептонный, когда оба W -бозона распались на лептон и нейтрино,

- полуплептонный, когда один из W -бозонов распался по адронному каналу, а другой — по лептонному,
- адронный, когда оба W -бозона распались на пары кварков.

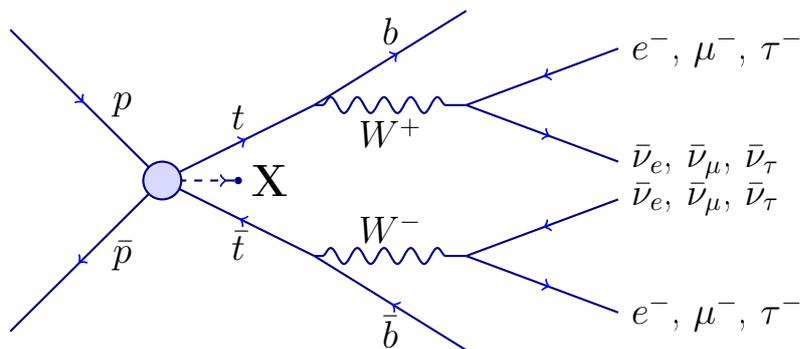
Диаграммы Фейнмана этих распадов показаны на рис. 2.2. Во всех трёх каналах в конечном состоянии присутствуют b -кварки. Эти частицы живут гораздо дольше t -кварка и успевают адронизоваться, порождая «струи» частиц-продуктов распада. b -кварк также может распасться через слабое взаимодействие порождая лептон (мюон или электрон). Большое время жизни и возможное присутствие лептона в «струе» используется для идентификации b -кварков (так называемое « b -мечение»).



Адронный



Полулептонный



Лептонный

Рис. 2.2. Диаграммы Фейнмана трёх различных каналов распада $t\bar{t}$ -пары

§2.1.4. Смысл термина масса топ-кварка

В квантовой теории поля существует несколько различных определений массы, поэтому важно понять, какая из них измеряется в эксперименте. Естественным выбором будет перенормированная полюсная масса, которая соответствует положению полюса пропагатора топ-кварка с четырех-импульсом p :

$$D(\bar{p}) = \frac{i}{\bar{p} - m_R - \Sigma(\bar{p})}.$$

Здесь m_R — бегущая масса, вычисленная на масштабе много большем Λ_{QCD} , а $\Sigma(\bar{p})$ — перенормированная одночастично-неприводимая собственная энергия кварка. Однако можно показать, что в силу эффектов КХД, полюсная масса, как и остальные кварковые массы, неизбежно неоднозначна, и величина этой неоднозначности составляет [41]:

$$\delta m_{pole} \approx \frac{8\pi}{3\beta_0} e^{-C/2} \Lambda_{QCD},$$

где C — константа, зависящая от схемы ренормализации, $C = -5/3$ для модифицированной схемы минимальных вычитаний (\overline{MS}) [42, 43]. β_0 — коэффициент однопетлевой КХД бета-функции, $\beta_0 = 11 - (2/3)N_f$, где N_f — число ароматов. Это даёт значение неопределённости порядка $600 \text{ МэВ}/c^2$.

Схемы ренормализации были разработаны для устранения бесконечностей, возникающих в рамках теории возмущений. Одной из таких схем является \overline{MS} , в которой появляется новая ренормализованная масса («бегущая» масса, \overline{MS} -масса) и новая ренормализованная константа связи:

$$m_{pole} = m_{\overline{MS}} + \delta m, \quad (2.2)$$

$$\alpha_{pole} = \alpha_{\overline{MS}} + \delta \alpha_s, \quad (2.3)$$

где члены δm и $\delta \alpha_s$ вводятся для устранения бесконечностей. С точки зрения

теории, \overline{MS} -масса является предпочтительным определением, так как может быть измерена с произвольной точностью. Термин «бегущая» масса показывает, что значение массы меняется в зависимости от энергии μ взаимодействия. Можно показать, что для массивного фермионного пропагатора полюсная масса фермиона связана с \overline{MS} -массой следующим соотношением [44]:

$$m_{pole} = m_{\overline{MS}}(\mu) \left(1 + c_1 \left(\frac{\alpha_s}{4\pi} \right) + c_2 \left(\frac{\alpha_s}{4\pi} \right)^2 + \dots \right),$$

где коэффициенты c_1 и c_2 равны:

$$c_1 = C_F(4 + 3 \ln \frac{\mu^2}{M^2}), \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} c_2 = & C_F C_A \left(\frac{1111}{24} - 8\zeta_2 - 4I_3(1) + \frac{185}{6} \ln \frac{\mu^2}{M^2} + \frac{11}{2} \ln^2 \frac{\mu^2}{M^2} \right) - \\ & - C_{ft} n_f \left(\frac{71}{6} + 8\zeta_2 + \frac{26}{3} \ln \frac{\mu^2}{M^2} + 2 \ln^2 \frac{\mu^2}{M^2} \right) - \\ & - C_F^2 \left(\frac{121}{8} + 30\zeta_2 + 8I_3(1) + \frac{27}{2} \ln \frac{\mu^2}{M^2} + \frac{9}{2} \ln^2 \frac{\mu^2}{M^2} \right), \quad (2.5) \end{aligned}$$

здесь $C_A = N_c$ - число цветов КХД, $C_F = (N_c^2 - 1)/(2N_c)$, $t = 1/2$. $I_3(1)$ определяется из собственной двухпетлевой энергии. $\zeta_n = \sum_{i=1}^{\infty} 1/i^n$ - дзета-функция Римана, $\zeta_2 = \pi^2/6$.

Представленное в данной диссертации измерение, как и все прямые измерения m_t , полагается на сгенерированные методами Монте-Карло $t\bar{t}$ события для абсолютной калибровки. Поэтому важно понимать точное определение массы m_t^{gen} , используемой в генераторах событий ALPGEN [45], RUTHIA [46] и т.д. Хотя понятие m_t^{gen} не очень чётко определено для генераторов, работающих в главном порядке (LO) теории возмущений и использующих партонные ливни для моделирования адронизации и эффектов высших порядков, считается, что m_t^{gen} должна выбираться ближе к полюсной массе [47]. В работе [48] участниками эксперимента DØ была проведена проверка этого утверждения путём извлечения полюсной m_t^{pole} и $m_t^{\overline{MS}}$ масс путём сравнения экспе-

риментально измеренного значения $\sigma_{t\bar{t}}$ с предсказаниями высших порядков различных моделей. Полученное таким образом значение полюсной массы согласуется с результатом прямого измерения массы топ-кварка в пределах двух стандартных отклонений, а значение $m_t^{\overline{MS}}$ отличается от измеренного более чем на два стандартных отклонения. Этот результат показывает предпочтительность полюсной интерпретации m_t^{gen} .

§2.2. Метод матричного элемента

§2.2.1. Общее описание метода

Для вычисления m_t используется полная информация о кинематике события, а также техника правдоподобия, основанная на вычислении плотностей вероятности из матричных элементов процессов, дающих вклад в наблюдаемые события. Если предположить, что происходят только два независимых процесса (рождение $t\bar{t}$ и $W + \text{jets}$), то выражение для плотности вероятности события может быть записано в следующем виде:

$$P_{\text{evt}} = A(\mathbf{x})[fP_{\text{sig}}(\mathbf{x}; m_t, k_{\text{JES}}) + (1 - f)P_{\text{bkg}}(\mathbf{x}; k_{\text{JES}})], \quad (2.6)$$

где наблюдаемая доля сигнала f , m_t и общий коэффициент JES k_{JES} — параметры, определяемые из данных. Здесь \mathbf{x} обозначает измеренные импульсы струи и лептона, а $A(\mathbf{x})$ — геометрический аксептанс и эффективность. P_{sig} и P_{bkg} описывают плотности вероятности процессов $t\bar{t}$ и $W + \text{jets}$ соответственно, причём вклад последнего составляет около 11% и 21% соответственно для каналов $e + \text{jets}$ и $\mu + \text{jets}$. Для событий с большой множественностью струй верно соотношение $P_{\text{bkg}} \gg P_{\text{sig}}$, поэтому их вклад в P_{sig} , примерно равный 12% и 5%, учитывается в P_{bkg} . Общий вклад от остальных фоновых процессов не превышает 3% в обоих каналах.

В общем случае набор измеряемых переменных \mathbf{x} не идентичен набору партоновых переменных \mathbf{y} в силу конечности разрешения детектора и эффектов адронизации. Переход от одного к другому описывается передаточной функцией $W(\mathbf{x}, \mathbf{y}, k_{\text{JES}})$, при этом считается, что углы струи и лептона измерены идеально. Значения P_{sig} и P_{bkg} вычисляются путём свёртывания дифференциального партонового сечения $d\sigma(\mathbf{y}; m_t)$ и $W(\mathbf{x}, \mathbf{y}, k_{\text{JES}})$ с плотностями вероятностей партонов в начальном состоянии $f(q_i)$, где q_i — импульсы

сталкивающихся партонов, и интегрирования по всем возможным партонным состояниям, приводящим к \mathbf{x} :

$$P_{\text{sig}} = \frac{1}{\sigma_{\text{obs}}^{t\bar{t}}(m_t, k_{\text{JES}})} \int \sum d\sigma(\mathbf{y}, m_t) dq_1 dq_2 f(q_1) f(q_2) \times W(\mathbf{x}, \mathbf{y}; k_{\text{JES}}). \quad (2.7)$$

Здесь суммирование под знаком интеграла ведётся по всем возможным внутренним комбинациям ароматов внутренних партонов, продольные компоненты $f(q_i^z)$ взяты из библиотеки плотностей вероятностей партонов (PDF) [49], а поперечные $f(q_i^{x,y})$ получены из моделирования с использованием Монте-Карло генератора RUTHIA [46]. Множитель $\sigma_{\text{obs}}^{t\bar{t}}(m_t, k_{\text{JES}})$, определённый как ожидаемое значение сечения, обеспечивает нормировку выражения $A(\mathbf{x})P_{\text{sig}}$ на единицу. Дифференциальное сечение $d\sigma(\mathbf{y}, m_t)$, входящее в выражение для P_{sig} , вычисляется с помощью матричного элемента процесса $q\bar{q} \rightarrow t\bar{t}$ в главном порядке. Интегрирование ведётся по массам t - и \bar{t} -кварков, массам W^+ и W^- бозонов, энергии (кривизне трека $1/p_T$) электрона (мюона) и доле энергии $E_q/(E_q + E_{\bar{q}})$, уносимой одним из кварков, рождённых в распаде $W \rightarrow q\bar{q}'$. Каждому из 24 возможных способов установления соответствия струй и партонов назначается вес, зависящий от согласия такого установления с b -метками (§2.3).

Вычисление P_{sig} производится методом численного Монте-Карло интегрирования, и совпадает с описанным в работе [5], за исключением моментов, описанных ниже. Передаточная функция $W(\mathbf{x}, \mathbf{y}; k_{\text{JES}})$ и дифференциальное сечение $\sigma_{\text{obs}}(m_t, k_{\text{JES}})$ были вычислены повторно с использованием улучшенных результатов калибровки детектора.

Известно [50], что ошибка оценки интеграла методом Монте-Карло пропорциональна $\sqrt{D\mathbf{x}/N}$, где $D\mathbf{x}$ — дисперсия распределения точек \mathbf{x}_i , которую можно интерпретировать как меру неоднородности заполнения этими точками пространства значений \mathbf{x} . Скорость убывания этой ошибки с ростом N невелика, поэтому важно выбирать такие последовательности точек \mathbf{x} ,

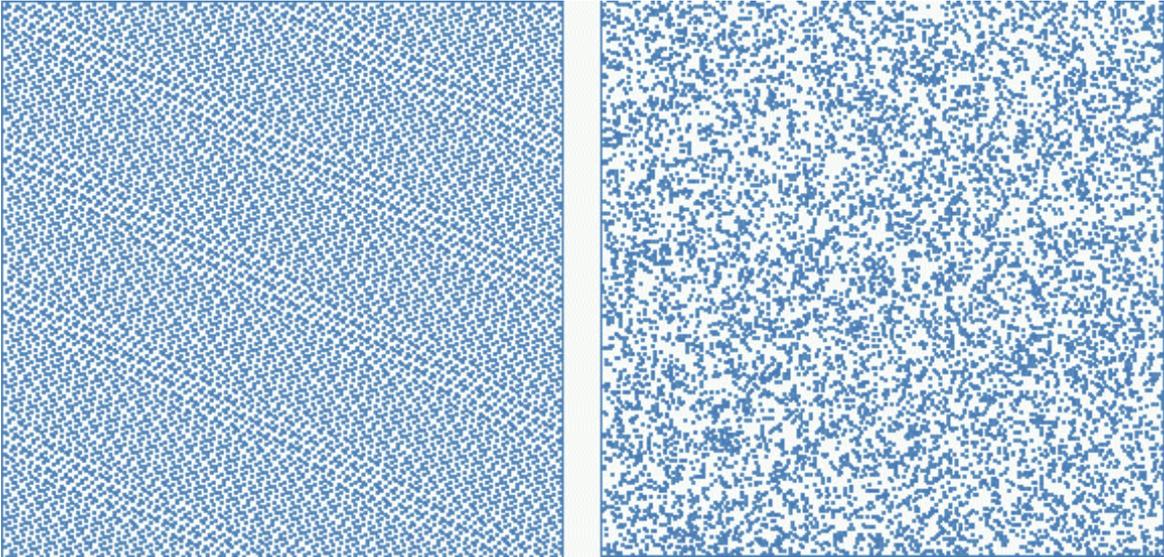


Рис. 2.3. Покрытие единичного квадрата 10000 точек, взятых из последовательности Соболя (слева) и полученных генератором псевдослучайных чисел (справа)

для которых дисперсия мала. Примером такой последовательности последовательность Соболя [51]. На рисунке 2.3 показано результат генерации 10000 точек в единичном квадрате с помощью генератора псевдослучайных чисел (справа) и последовательности Соболя (слева, для генерации использовался алгоритм Братли и Фокса [52]). Применение последней позволило ускорить вычисление интеграла примерно на порядок.

Кроме того вместо вычисления точного значения по формуле (2.7) в каждой точке сетки (m_t, k_{JES}) , матричный элемент вычислялся только один раз для каждого значения m_t и далее умножался на соответствующее значение передаточной функции $W(x, y; k_{\text{JES}})$ для вычисления P_{sig} для заданного k_{JES} . Это позволило сократить затраты процессорного времени ещё на порядок. Таким образом, вычисление P_{sig} ускорилось на два порядка, что позволило значительно улучшить статистическую составляющую большинства погрешностей.

Дифференциальное сечение, входящее в выражение для P_{bkg} , вычислялось с помощью матричного элемента процесса $W + 4\text{jets}$ в главном порядке

теории возмущений, реализованном в программе VESVOS [53]. Поперечные импульсы партонов начального состояния считались нулевыми. Как и в случае с P_{sig} , использовалась та же процедура вычисления, что и в работе [5], но с применением новой передаточной функции $W(x, y; k_{\text{JES}})$ и нормирующих множителей.

Значения P_{sig} и P_{bkg} вычислялись на сетке (m_t, k_{JES}) с шагами 1 ГэВ и 0.01, соответственно. В каждом узле сетки функция правдоподобия $\mathcal{L}(x_1, x_2, \dots, x_N; m_t, k_{\text{JES}}, f)$ вычислялась путём перемножения плотностей вероятностей отдельных событий (P_{evt}) для заданных значений измеренных импульсов x_1, x_2, \dots, x_N , а значение f получалось после нахождения максимума \mathcal{L} в этом узле. Это правдоподобие затем проецировалось на оси m_t и k_{JES} путём интегрирования по другой переменной. Наилучшие несмещённые оценки значений m_t и k_{JES} и их статистических погрешностей извлекались из среднего значения и стандартного отклонения $\mathcal{L}(x_1, x_2, \dots, x_N; m_t)$ и $\mathcal{L}(x_1, x_2, \dots, x_N; k_{\text{JES}})$ соответственно.

§2.2.2. Калибровка метода

§2.2.2.1. Тестирование ансамблями псевдоэкспериментов

Для калибровки метода матричного элемента использовалось тестирование ансамблями псевдоэкспериментов, позволяющее учесть возможные систематические сдвиги и убедиться в том, что полученные значения параметров и оценки погрешностей достоверны. Для учёта различного отклика детектора и иных различий между конечными состояниями $e + \text{jets}$ и $\mu + \text{jets}$, для каждого канала и периода набора данных оценка отклика метода и получение калибровки проводились отдельно. В этих тестах предполагалось, что выборка данных состоит только из $t\bar{t}$ и $W + \text{jets}$, а также КХД-событий с большой множественностью струй. Каждый псевдоэксперимент формируется путём случайного выбора N_{sig} сигнальных и N_{bkg} фоновых событий из большой выборки смоделированных и восстановленных $t\bar{t}$ и $W + \text{jets}$ событий. Вероятность выбора событий зависела от назначенных им в процессе моделирования весов. Допускалось повторное использование одних и тех же событий в разных псевдоэкспериментах, это учитывалось в виде поправки к значению систематической погрешности [54]. Размер каждого ансамбля, $N = N_{\text{sig}} + N_{\text{bkg}}$, постоянен и равен числу событий в выборке данных, однако доля фоновых и сигнальных событий могла варьироваться по биномиальному закону вокруг доли сигнала, определённой из данных (см. §2.2.2.2). Эта процедура повторялась 1000 раз, правдоподобие и другие величины определялись для каждой из 1000 выборок.

§2.2.2.2. Определение доли сигнала из данных

Доля сигнала f , наряду с m_t и k_{JES} , является одним из параметров, определяемых методом матричного элемента (2.6). Для заданных значений m_t и k_{JES} с помощью метода Брента [55] определялось значение доли сигнала

\hat{f} , при котором правдоподобие максимально.

Значение f , используемое для создания псевдоэкспериментов, определялось из данных с помощью метода матричного элемента. Для этого проводилось тестирование методом ансамблей по описанной выше процедуре с фиксированным значением $m_t = 172.5 \text{ ГэВ}/c^2$. Это значение было выбрано как наиболее близкое к среднему значению результатов, полученных в экспериментах на Тэватроне. Значение f при этом изменялось в диапазоне от 50% до 90% с шагом 5%. Так как величина вклада КХД-событий определялась отдельно, этот параметр не изменялся, а разность распределялась между различными событиями $W + \text{jets}$ в зависимости от их относительного сечения. На рисунках 2.4 и 2.5 построены значения полученного значения f в зависимости от истинного для разных каналов и периодов набора данных. Параметры кривых отклика получались после аппроксимации этих графиков прямыми и использовались для калибровки значений f , полученных из данных. Значения этих параметров приведены в таблице 2.3.

§2.2.2.3. Результаты тестирования методом ансамблей

Доля сигнала, определённая с помощью описанной в предыдущем разделе процедуры, использовалась для генерации ансамблей псевдоэкспериментов, как описано в §2.2.2.1. Для калибровки отклика метода матричного элемента были сгенерированы пять выборок событий рождения $t\bar{t}$ -пар, соответствующие значениям $m_t^{\text{gen}} = 165, 170, 172.5, 175, 180 \text{ ГэВ}/c^2$ при $k_{\text{JES}}^{\text{gen}} = 1$, две выборки событий с $k_{\text{JES}}^{\text{gen}} = 0.95, 1.05$ при $m_t^{\text{gen}} = 172.5 \text{ ГэВ}/c^2$, и три выборки $W + \text{jets}$ событий, соответствующие значениям $k_{\text{JES}}^{\text{gen}} = 0.95, 1, 1.05$ при $m_t^{\text{gen}} = 172.5 \text{ ГэВ}/c^2$. Таким образом, для каждого конечного состояния и периода набора данных было проведено семь тестов: пять — для различных значений m_t при $k_{\text{JES}} = 1$, и два — для значения $m_t = 172.5 \text{ ГэВ}/c^2$ и $k_{\text{JES}} = 0.95$

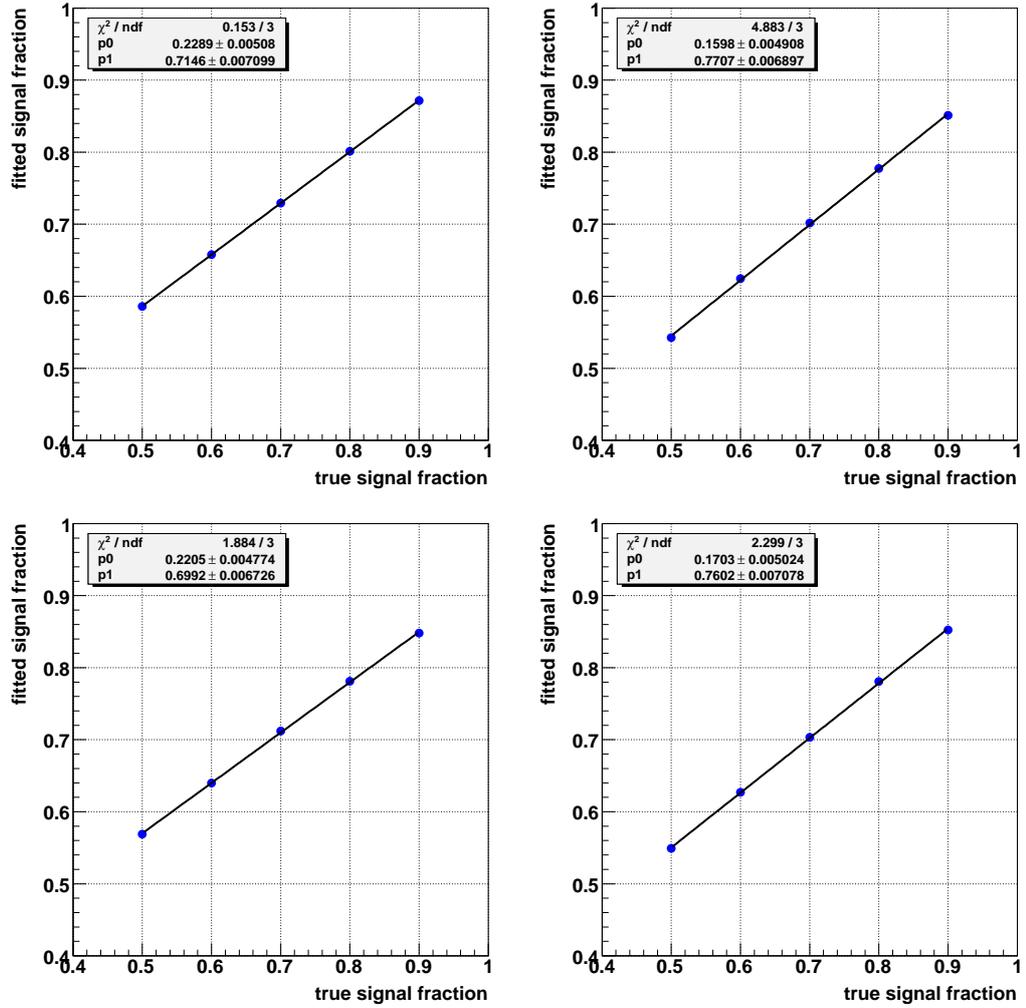


Рис. 2.4. Кривые отклика извлечённого значения доли сигнала в зависимости от истинного, полученные из тестирования методом ансамблей. Результаты показаны для разных периодов набора данных (сверху вниз: Run IIa, IIb1) и конечных состояний (слева: $e+\text{jets}$, справа: $\mu+\text{jets}$).

и $k_{\text{JES}}=1.05$.

Для каждого псевдоэксперимента в ансамбле были определены лучшие оценки m_t и k_{JES} из среднего значения проекции полного (двумерного) правдоподобия на оси m_t и k_{JES} соответственно:

$$\langle x \rangle = \frac{\int x L(x) dx}{\int L(x) dx} \quad (2.8)$$

где x — это m_t или k_{JES} . Тогда погрешность определяется из стандартного

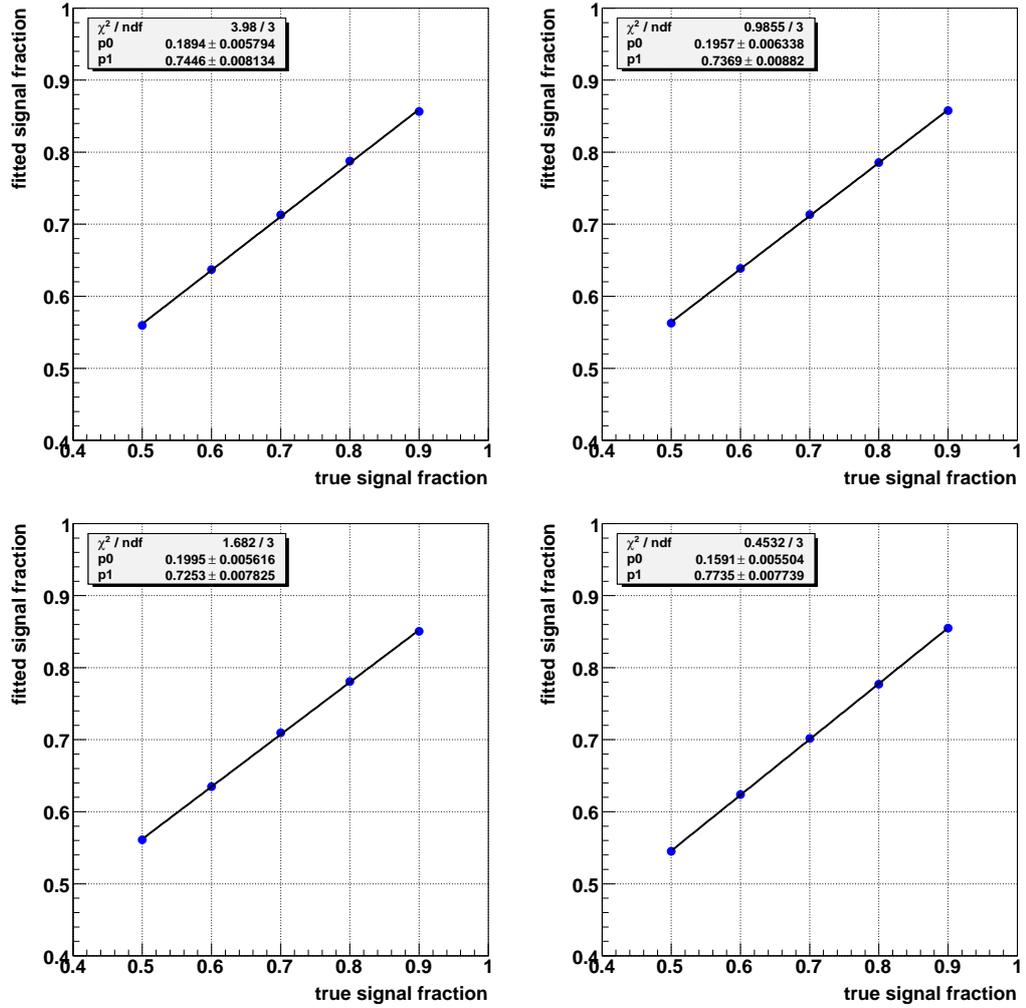


Рис. 2.5. Кривые отклика извлечённого значения доли сигнала в зависимости от истинного, полученные из тестирования методом ансамблей. Результаты показаны для разных периодов набора данных (сверху вниз: Run IIb2, и IIb3+4) и конечных состояний (слева: $e + \text{jets}$, справа: $\mu + \text{jets}$).

отклонения проекции правдоподобия:

$$\sigma^2 = \frac{\int (x - \langle x \rangle)^2 L(x) dx}{\int L(x) dx} \quad (2.9)$$

При таком способе определения статистическая погрешность величины m_t включает влияние статистической погрешности величины k_{JES} . Аналогично, пулы m_t и k_{JES} для данного псевдоэксперимента вычисляются по следующему

Период	Канал	Полученное значение	Истинное значение	Теоретическое значение
Run IIa	e +jets	0.745 ± 0.002	0.722 ± 0.010	0.585
	μ +jets	0.661 ± 0.004	0.650 ± 0.010	0.607
Run IIb1	e +jets	0.759 ± 0.004	0.771 ± 0.011	0.734
	μ +jets	0.670 ± 0.003	0.657 ± 0.010	0.704
Run IIb2	e +jets	0.693 ± 0.002	0.677 ± 0.011	0.627
	μ +jets	0.682 ± 0.001	0.660 ± 0.012	0.636
Run IIb3+4	e +jets	0.603 ± 0.001	0.556 ± 0.010	0.532
	μ +jets	0.735 ± 0.001	0.745 ± 0.010	0.678

Таблица 2.3. Доля сигнала, определённая из данных до и после калибровки с помощью кривых, изображённых на рисунке 2.4, для различных периодов и конечных состояний. Погрешности являются чисто статистическими до калибровки и включают дополнительную погрешность от калибровки, если она применялась. Систематическая ошибка, равная 5% от этих чисел, распространялась на измерение m_t (см. §2.4). В последнем столбце приведена наивная оценка доли сигнала, полученная для значения сечения $\sigma_{t\bar{t}} = 7.24$ пб. Статистическая погрешность этой оценки не превышает одного процента.

щей формуле:

$$pull = \sum_i \frac{\bar{x}_i - \langle x \rangle}{\sigma}, \quad (2.10)$$

где суммирование ведётся по всем псевдоэкспериментам в данном ансамбле, \bar{x} — среднее значение $\langle x \rangle$ по всем псевдоэкспериментам в данном ансамбле, σ — стандартное отклонение. На рисунке 2.6 показано распределение каждой из описанных выше величин для репрезентативного ансамбля тестов (конечное состояние e +jets, период набора данных Run IIb2, $m_t^{\text{gen}} = 172.5$ ГэВ, $k_{\text{JES}} = 1$). Для численного интегрирования уравнений (2.8) и (2.9) использовалось правило Симпсона [58], так как вероятности вычислялись для дискретных

Период	Канал	Доля сигнала $\sigma_{t\bar{t}}$ (пб)	
Run IIa	e +jets	0.72	8.9
	μ +jets	0.65	7.8
Run IIb1	e +jets	0.77	7.6
	μ +jets	0.66	6.8
Run IIb2	e +jets	0.68	7.8
	μ +jets	0.66	7.5
Run IIb3+4	e +jets	0.56	7.6
	μ +jets	0.75	8.0
Run II	e +jets	0.63	7.8
	μ +jets	0.70	7.6

Таблица 2.4. Измеренная доля сигнала, полученная из данных после калибровки, пересчитанная в $\sigma_{t\bar{t}}$, в предположении $\sigma_{t\bar{t}} = 7.24$ пб для долей сигнала, приведённых в последнем столбце таблицы 2.3. Погрешности, приведённые выше, соответствуют погрешности 0.1 пб для $\sigma_{t\bar{t}}$. Определённые таким образом сечения хорошо согласуются со значением $\sigma_{t\bar{t}} = 7.78_{-0.64}^{+0.77}$ пб, полученном в работе [56] на статистике 5.3 фб^{-1} .

наборов значений m_t и k_{JES} .

§2.2.2.4. Калибровка k_{JES}

Изучение отклика метода для переменной k_{JES} проводилось путём аппроксимации распределение этой величины (средняя гистограмма в нижнем ряду на рисунке 2.6) для каждого ансамбля функцией Гаусса. На рисунках 2.7–2.10 (левые столбцы) показана зависимость медианы аппроксимирующей функции от истинного (входного) значения k_{JES} для конечных состояний e +jets и μ +jets соответственно. Эти точки аппроксимировались калибровочной кривой (полиномом первой степени).

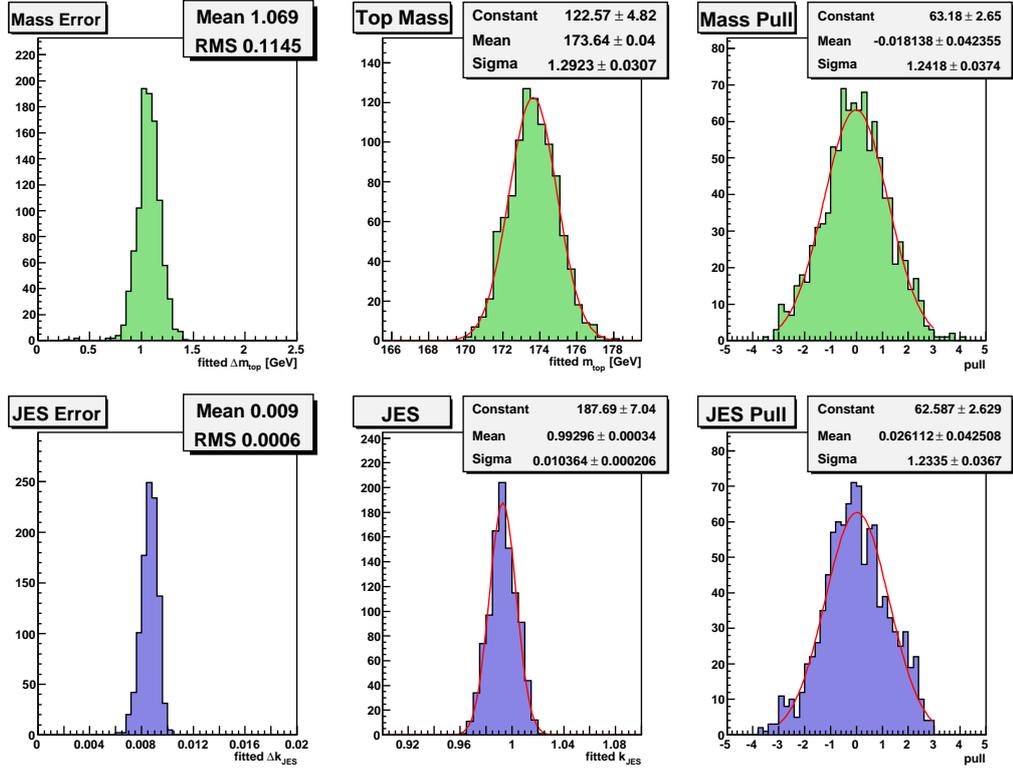


Рис. 2.6. Распределение извлечённых значений m_t и k_{JES} (средний столбец), а также их ошибок (левый столбец) и пулов [57] (правый столбец) для репрезентативного теста методом ансамблей (конечное состояние $e + \text{jets}$, период набора данных Run IIb2, $m_t^{\text{gen}} = 172.5$ ГэВ, $k_{\text{JES}} = 1$).

Для оценки систематической ошибки распределение пула величины k_{JES} для каждого ансамбля (правая гистограмма в нижнем ряду на рисунке 2.6) аппроксимировалась функцией Гаусса, зависимость стандартного отклонения σ которой от истинного значения k_{JES} показана на рисунках 2.7–2.10 (правые столбцы) для конечных состояний $e + \text{jets}$ и $\mu + \text{jets}$ соответственно. Эти точки аппроксимировались константой, и величина этой константы использовалась для коррекции оценки статистической погрешности измеренного значения k_{JES} .

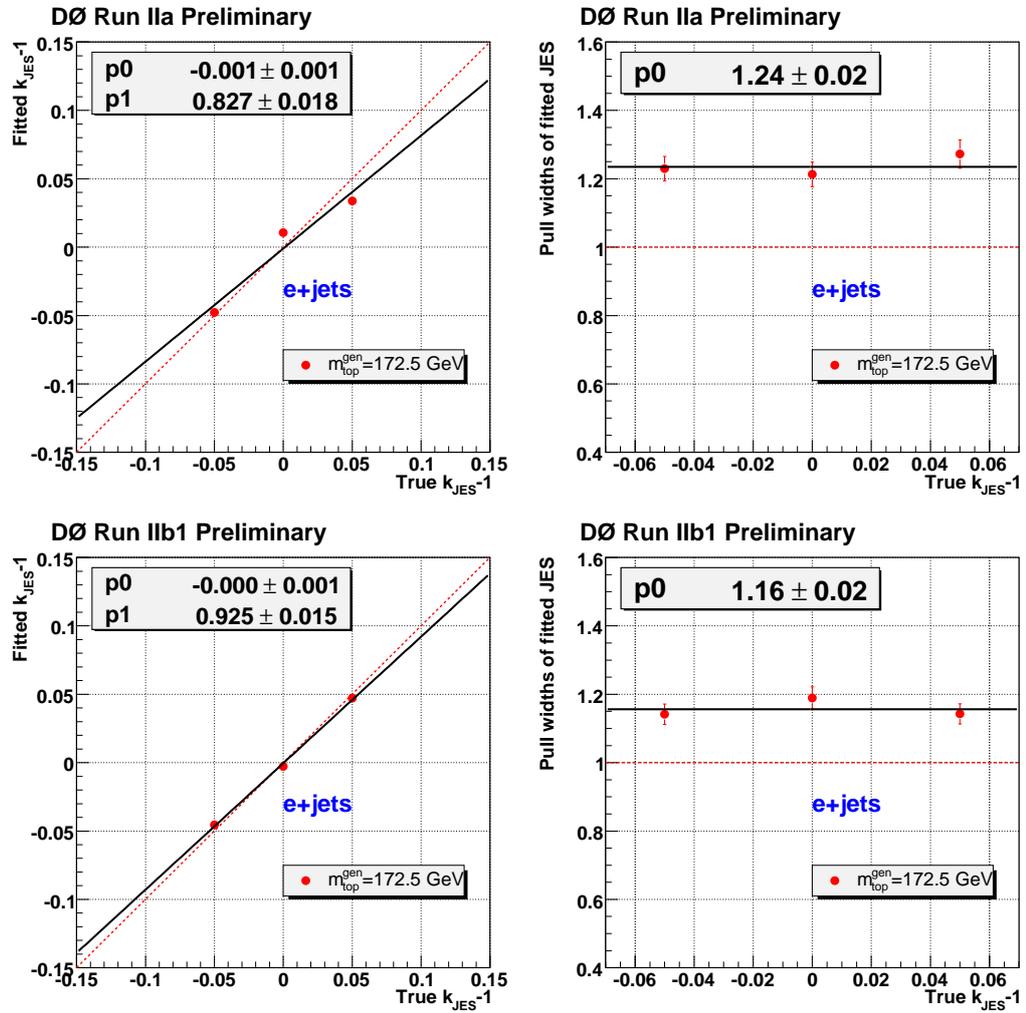


Рис. 2.7. Результаты аппроксимации средних значений k_{JES} (слева) и ширины пулов этой величины (справа) в зависимости от истинного значения k_{JES} для конечного состояния $e + \text{jets}$. Распределения получены отдельно для каждого периода набора данных (сверху вниз: Run IIa, IIb1).

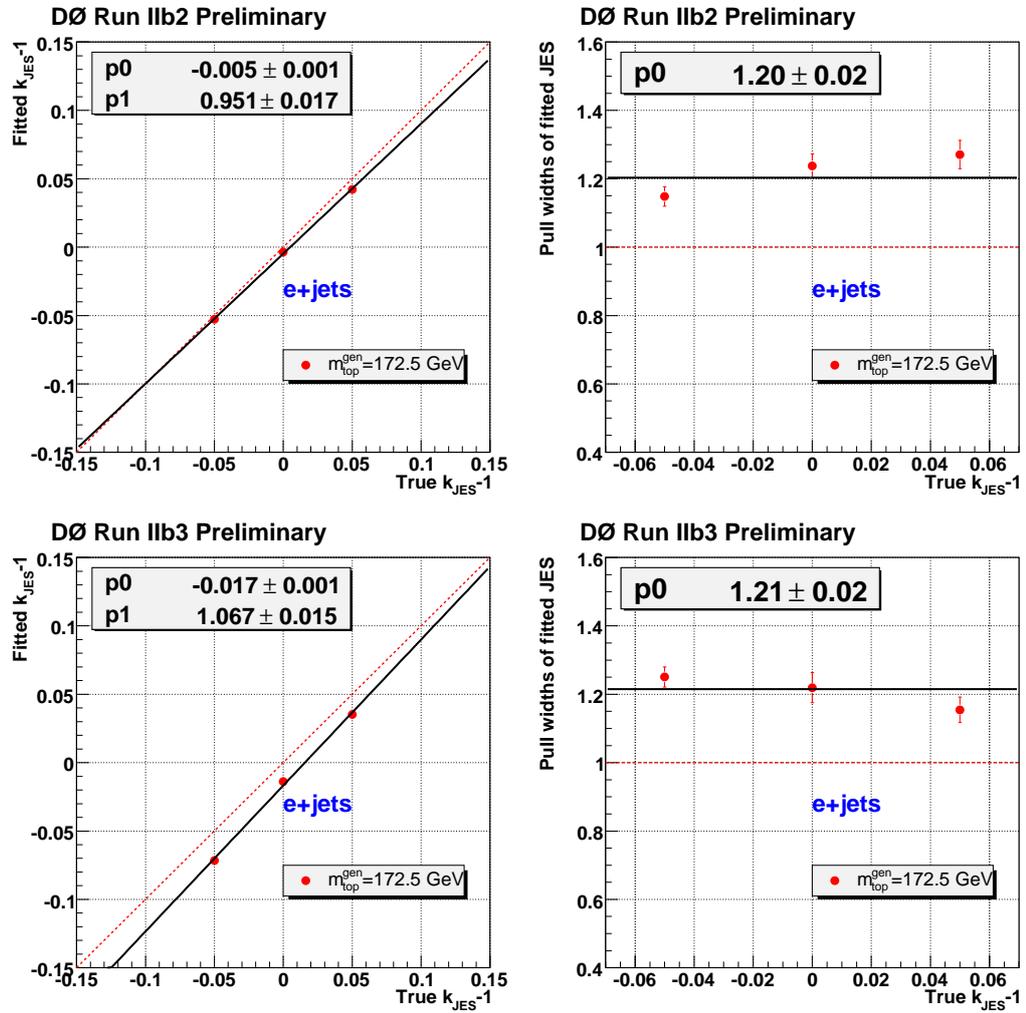


Рис. 2.8. Результаты аппроксимации средних значений k_{JES} (слева) и ширины пулов этой величины (справа) в зависимости от истинного значения k_{JES} для конечного состояния $e + \text{jets}$. Распределения получены отдельно для каждого периода набора данных (сверху вниз: Run IIb2, IIb3+4).

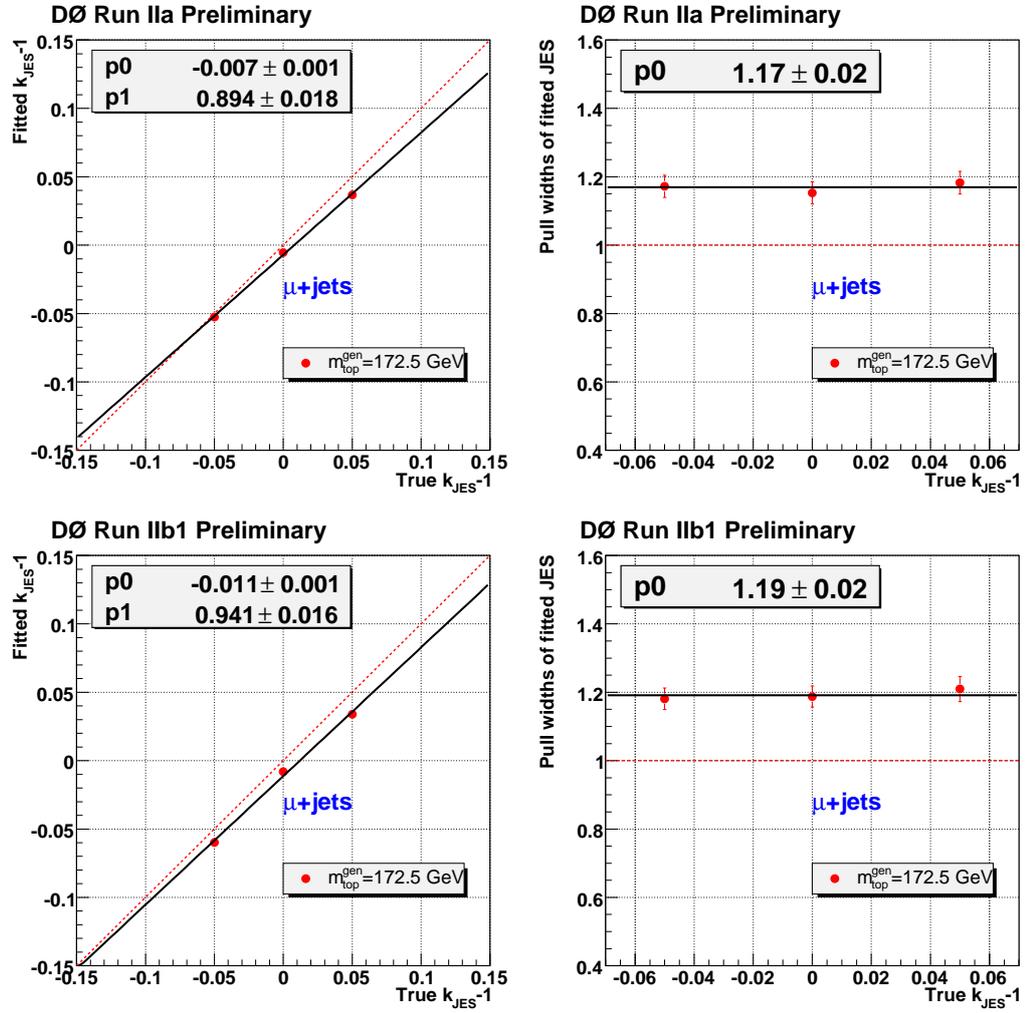


Рис. 2.9. Результаты аппроксимации средних значений k_{JES} (слева) и ширины пулов этой величины (справа) в зависимости от истинного значения k_{JES} для конечного состояния $\mu + \text{jets}$. Распределения получены отдельно для каждого периода набора данных (сверху вниз: Run IIa, IIb1).

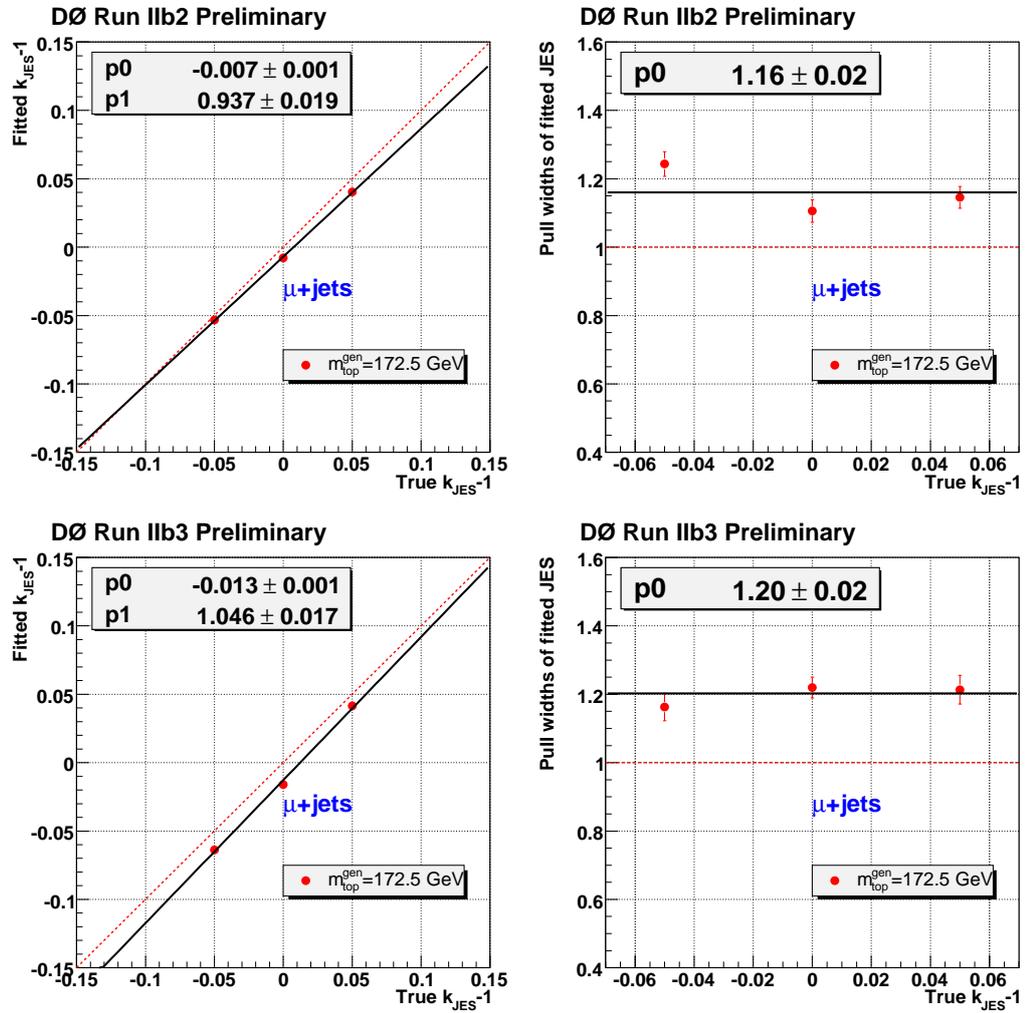


Рис. 2.10. Результаты аппроксимации средних значений k_{JES} (слева) и ширины пулов этой величины (справа) в зависимости от истинного значения k_{JES} для конечного состояния $\mu+\text{jets}$. Распределения получены отдельно для каждого периода набора данных (сверху вниз: Run IIb2, IIb3+4).

§2.2.2.5. Калибровка массы

К распределению переменной m_t (средняя гистограмма в верхнем ряду на рисунке 2.6) применялась процедура, аналогичная описанной в §2.2.2.4 для параметра k_{JES} . Зависимость медианы аппроксимирующей функции от истинного значения m_t показана в левом столбце рисунков 2.11–2.14 для конечных состояний $e+jets$ и $\mu+jets$ соответственно. Эти точки затем аппроксимировались полиномом первой степени.

Для проверки адекватности оценки систематической ошибки, распределение пула величины m_t для каждого ансамбля (правая гистограмма в верхнем ряду на рисунке 2.6) аппроксимировалась функцией Гаусса, зависимость стандартного отклонения σ которой от истинного значения m_t показана на рисунках 2.11–2.14 (правые столбцы) для конечных состояний $e+jets$ и $\mu+jets$ соответственно. Эти точки аппроксимировались константой, и величина этой константы использовалась для коррекции оценки статистической погрешности измеренного значения m_t .

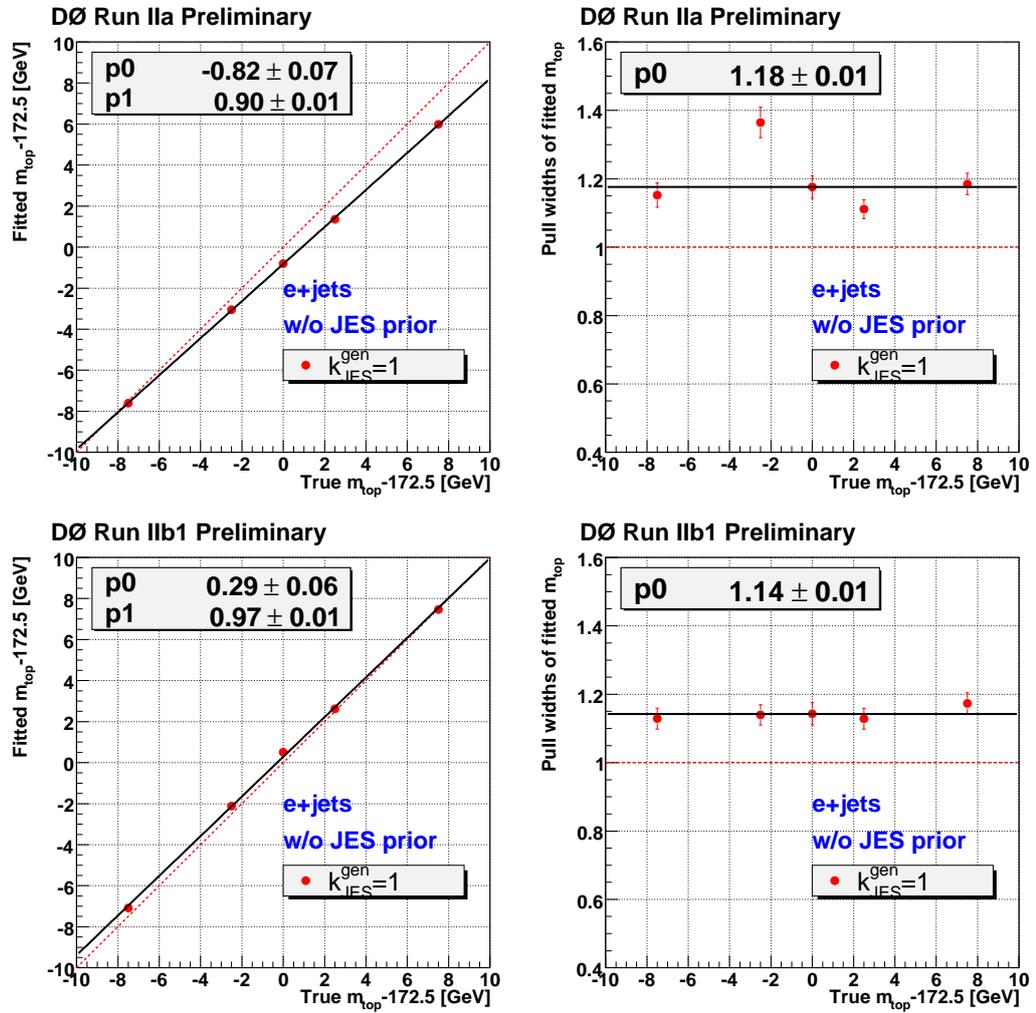


Рис. 2.11. Результаты аппроксимации средних значений m_t (слева) и ширины пулов этой величины (справа) в зависимости от истинного значения m_t для конечного состояния $e + jets$. Распределения получены отдельно для каждого периода набора данных (сверху вниз: Run IIa, IIb1).

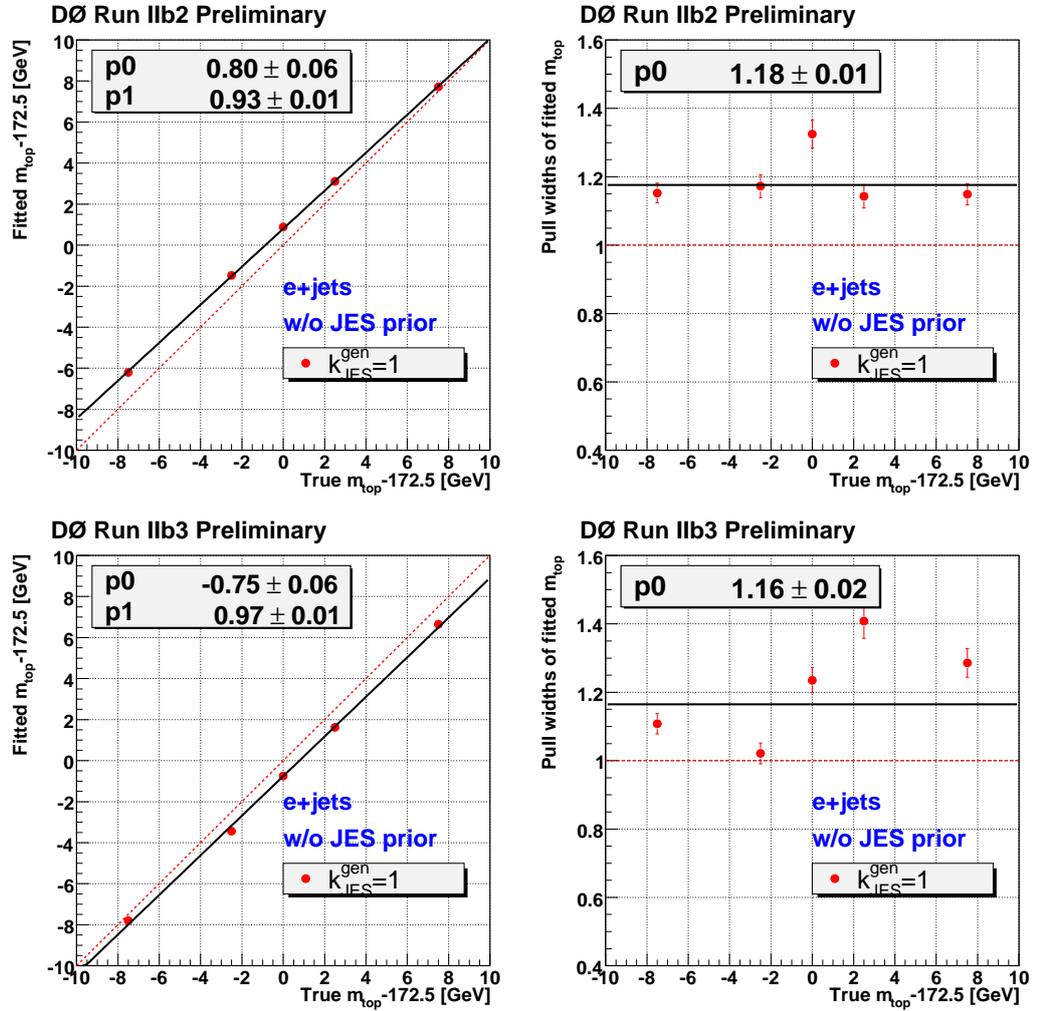


Рис. 2.12. Результаты аппроксимации средних значений m_t (слева) и ширины пулов этой величины (справа) в зависимости от истинного значения m_t для конечного состояния $e + jets$. Распределения получены отдельно для каждого периода набора данных (сверху вниз: Run IIb2, IIb3+4).

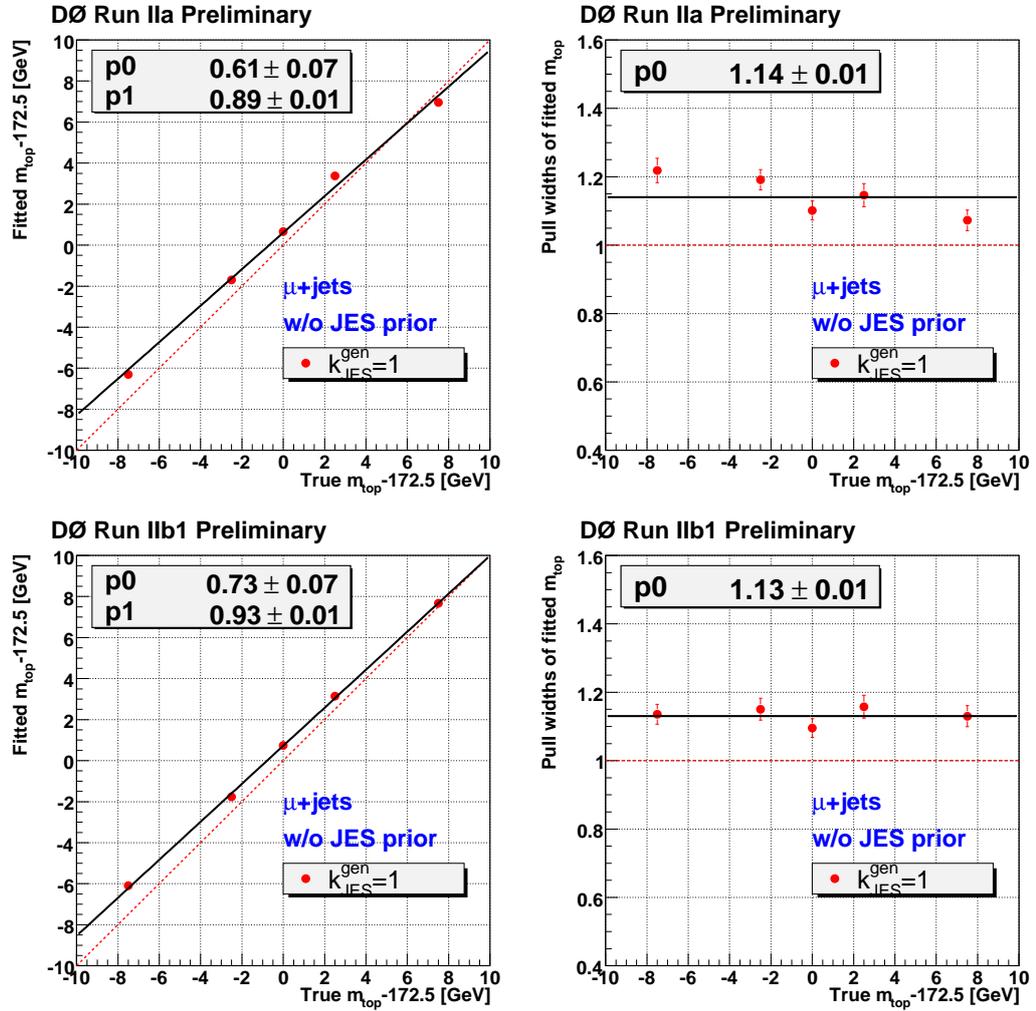


Рис. 2.13. Результаты аппроксимации средних значений m_t (слева) и ширины пулов этой величины (справа) в зависимости от истинного значения m_t для конечного состояния $\mu + \text{jets}$. Распределения получены отдельно для каждого периода набора данных (сверху вниз: Run IIa, IIb1).

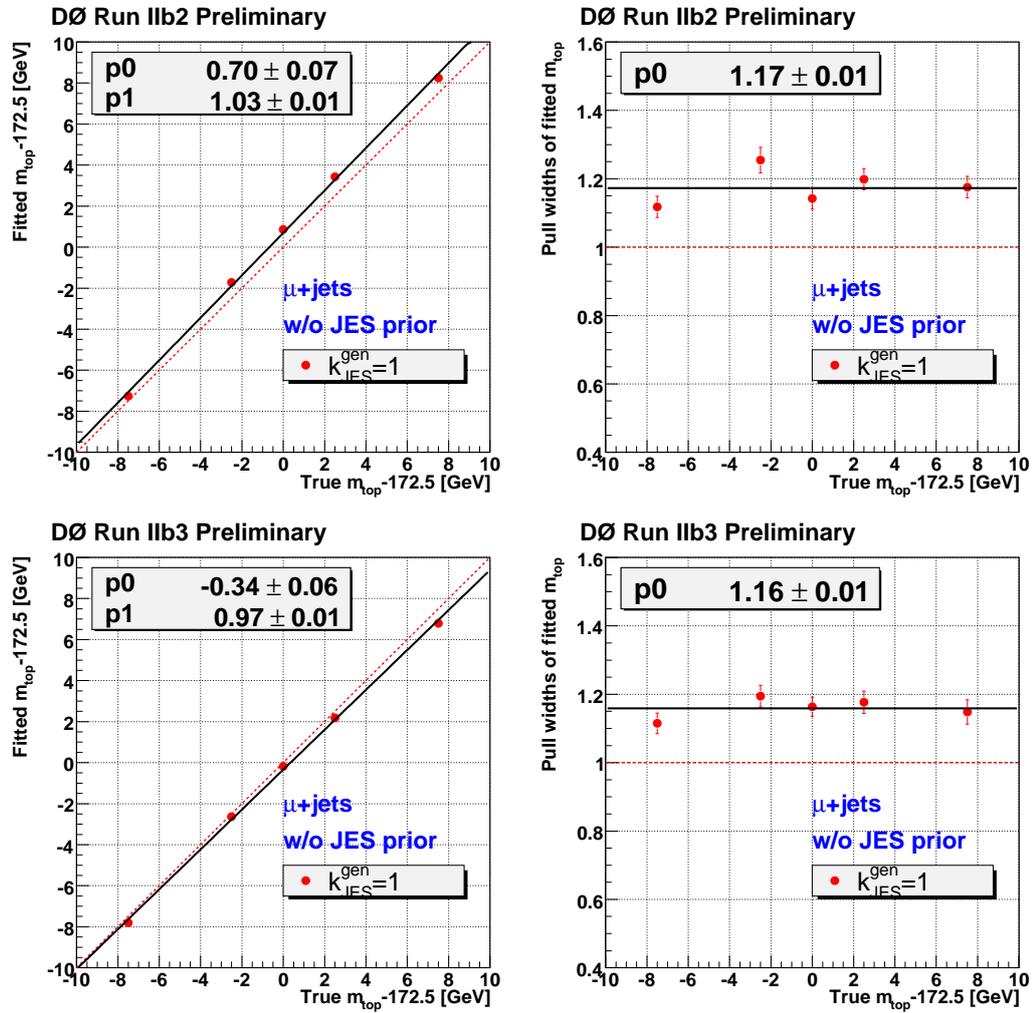


Рис. 2.14. Результаты аппроксимации средних значений m_t (слева) и ширины пулов этой величины (справа) в зависимости от истинного значения m_t для конечного состояния $\mu + \text{jets}$. Распределения получены отдельно для каждого периода набора данных (сверху вниз: Run IIb2, IIb3+4).

§2.3. Отбор и моделирование событий

§2.3.1. Данные

Анализ проводился на данных, полученных путём применения всех критериев качества к событиям $p\bar{p}$ -столкновений при энергии $\sqrt{s} = 1.96$ ТэВ в системе центра масс, соответствующих интегральной светимости 9.7 фб^{-1} , набранных установкой DØ в ходе сеанса Run II. Данные разбиты на четыре периода набора данных: RunIIa, IIb1, IIb2, IIb3+4.

§2.3.2. Отбор событий

В предположении унитарности матрицы СКМ, топ-кварк почти всегда распадается на b -кварк и W -бозон, образующие конечное состояние $W^+W^-b\bar{b}$. Для этого анализа отбирались события распада пары $t\bar{t}$ на лептон и струи ($\ell + \text{jets}$), где один W -бозон распадается в лептонном канале, а другой в адронном. Под лептоном здесь понимается электрон или мюон, в том числе от лептонного распада τ .

Для анализа отбирались события, содержащие ровно один изолированный электрон [59] или мюон [60] с большим поперечным импульсом $p_T > 20$ ГэВ/с и псевдобыстротой $|\eta| < 1.1$ или $|\eta| < 2$, соответственно, ровно с четырьмя струями с $p_T > 20$ ГэВ/с и $|\eta| < 2.5$, ведущая струя при этом должна обладать $p_T > 40$ ГэВ/с. В событии также должен наблюдаться значительный дисбаланс поперечного импульса $\cancel{E}_T > 20$ ГэВ/с от незарегистрированного нейтрино. Для восстановления струй применялся алгоритм конуса [61] с параметром R (радиус конуса), равным 0.5. Энергии струй корректировались на уровне партонов с использованием калибровок, полученных из выборок событий фотон+струя и струя+струя [62]. Эти калибровки корректно учитывают различие в отклике детектора на струи от глюонов, b -кварков и

лёгких (u, d, c, s)-кварков. Вклады от многоструйных КХД-событий подавляются требованием $\Delta\phi(e, \cancel{E}_T) > 2.2 - 0.045 \cdot \cancel{E}_T$ или $\Delta\phi(\mu, \cancel{E}_T) > 2.1 - 0.035 \cdot \cancel{E}_T$ (\cancel{E}_T измерялось в ГэВ/с). События $\mu + \text{jets}$ с неверно измеренным импульсом мюона отбрасываются обрезаниями $\cancel{E}_T < 250$ ГэВ/с, $m_T^W < 250$ ГэВ/с², а также условиями на значимость кривизны трека мюона $\hat{C} = \frac{q/p_T}{\sigma(1/p_T)}$ [63]:

$$\begin{aligned} \left| \hat{C}_{\text{muon}} \right| &< -70. + 25.465 \cdot \Delta\phi(\mu, \cancel{E}_T), \\ \left| \hat{C}_{\text{muon}} \right| &< -8.76 + 4.38 \cdot \Delta\phi(\mu, \cancel{E}_T). \end{aligned}$$

Такие события составили около 3% выборки $\mu + \text{jets}$ событий.

Для дальнейшего сокращения доли фоновых событий одна из струй должна быть помечена мультивариативным алгоритмом [64] как возможно порождённая b -кварком. Эффективность мечения составляет около 65% для b -струй, а вероятность ошибочного мечения струи от лёгкого (u, d, s -) кварка или глюона — около 10%.

В результате применения описанных выше критериев, размеры выборки $e + \text{jets}$ и $\mu + \text{jets}$ событий составили 1468 и 1124 событий соответственно, что хорошо согласуется с результатами моделирования.

§2.3.3. Моделирование событий методом Монте-Карло

Для моделирования событий были подготовлены четыре выборки, соответствующие периодам набора данных RunIIa, RunIIb1, RunIIb2 и комбинации RunIIb3 и RunIIb4. Такое разделение позволило учесть различия в условиях работы и эффективности отдельных детекторов. Кроме того, для более реалистичного моделирования фона (pile-up) на сгенерированные события накладывались «минимально смещённые» события¹, полученные в соответствующих периодах. К Монте-Карло событиям применялись те же крите-

¹ Минимально смещённые события — события, зарегистрированные с минимальным набором триггеров

рии качества и целостности событий, как и к экспериментальным данным. Монте-Карло события, на которые были наложены одни и те же минимально смещённые события, удалялись.

Фоновые процессы $W + \text{jets}$ и $Z + \text{jets}$ моделировались связкой из двух программ: ALPGEN [45] для моделирования древесного матричного элемента с точностью до нескольких порядков по α_s в зависимости от процесса, и RUTHIA [46] для моделирования развития ливня и процессов адронизации с использованием схемы MLM [65], позволяющей устанавливать соответствие между партонами и восстановленными струями и предотвращающей двойной счёт конфигураций партонных событий. Процессы рождения пар калибровочных бозонов ($W+W$, $W+Z$, $Z+Z$) моделировались программой RUTHIA, а одиночное рождение t -кварка — связкой CompuER и RUTHIA. Для последнего процесса значение массы топ-кварка было выбрано равным 172.5 ГэВ. Все генераторы, кроме CompuER, использовали набор функций плотности вероятности распределения партонов (PDF) CTEQ6L1 [49]. Для программы CompuER использовался набор CTEQ6M, так как этот генератор работает в следующем за главным (NLO) порядке теории возмущений.

Моделирование сигнала проводилось генератором ALPGEN, позволяющего в связке с программой RUTHIA, моделировать древесный матричный элемент с точностью до четвёртого порядка по α_s . Для устранения двойного счёта использовалась схема MLM. Использовался набор PDF CTEQ6L1.

Для моделирования отклика детектора смоделированные события пропускались через систему GEANT [66], после чего восстанавливались так же, как и набранные события.

§2.4. Систематические погрешности

Систематические погрешности, рассматриваемые в этом разделе, условно разделены на три категории:

- моделирование сигнальных и фоновых событий;
- погрешности моделирования детектора;
- остальные погрешности, связанные с используемыми подходами и предположениями, сделанными в ходе анализа.

Оценка систематических погрешностей проводилась с помощью псевдоэкспериментов, использующих Монте-Карло события, пропущенные через программу моделирования детектора GEANT и восстановленные по алгоритмам, применяемым для данных. Обзор результатов оценки этих величин дан в таблице 2.5.

Погрешности, отмеченные в таблице символом \star , оценивались при фиксированном значении массы $m_t^{\text{gen}} = 172.5 \text{ ГэВ}/c^2$ путём сравнения результатов извлечения массы m_t с использованием разных моделей сигнала. Для оценки остальных погрешностей повторялась процедура калибровки с использованием вместо данных событий, сгенерированных по альтернативным моделям. Полученная альтернативная калибровка применялась затем к данным. Статистическая погрешность составила $\approx 0.05 \text{ ГэВ}$ для первого и $\approx 0.01 \text{ ГэВ}$ для последнего типа погрешностей. В соответствии с рекомендациями, приведёнными в работе [67], в качестве величины систематической погрешности приводится наибольшее из значений статистической и систематической компонент.

Процедура оценки влияния некоторых источников погрешности была улучшена по сравнению с работой [5]. Эти улучшения описаны ниже. Подробное описание получения остальных оценок приведено в статье [5].

Источник	Ошибка (ГэВ/ c^2)
<i>Моделирование сигнала и фона:</i>	
Эффекты старших порядков*	+0.15
Излучение из начального и конечного состояний*	± 0.09
Адронизация и UE*	+0.26
Рекомбинация цвета*	+0.10
Множественные $p\bar{p}$ -взаимодействия	-0.06
Поправка для тяж. ароматов	± 0.06
Моделирование b -струй	+0.09
Погрешность PDF	± 0.11
<i>Моделирование детектора:</i>	
Остаточный JES	± 0.21
Ароматозависимый отклик на струи	± 0.16
Эффективность b -мечения	± 0.10
Триггер	± 0.01
Поправка к энергии лептона	± 0.01
Разрешение по энергии струи	± 0.07
Эффективность идентификации струй	-0.01
<i>Метод:</i>	
Моделирование событий с высокой множественностью струй	+0.04
Доля сигнала	± 0.08
Калибровка	± 0.07
<i>Полная систематическая ошибка</i>	± 0.49
<i>Полная статистическая ошибка</i>	± 0.58
<i>Полная ошибка</i>	± 0.76

Таблица 2.5. Обзор погрешностей измерения массы топ-кварка. Значение символа * объяснено в тексте.

Погрешность, возникающая вследствие излучения из начального и конечного состояний, оценивалась из анализа событий Дрелла-Яна. Эта процедура подробно описана в §2.5. Как показано в этой главе, изменение количества излучения проводилось путём увеличения и уменьшения параметра масштаба перенормировки для алгоритма согласования СККВ, используемого при передаче события из генератора ALPGEN в программу PYTHIA (параметр `ktfac` в ALPGEN), в 1.5 раза. Кроме того, проводилось перевзвешивание распределения поперечного импульса системы $t\bar{t}$ для достижения согласия с данными. Вклады от этих двух процедур складывались квадратично и использовались как оценка этой погрешности.

Зависимость результата от выбора модели адронизации и сопутствующих событий (UE) оценивалась путём сравнения событий смоделированных генератором ALPGEN в связке с PYTHIA или HERWIG [68]. Калибровка JES была получена с помощью генератора PYTHIA с модифицированной версией набора параметров `tune A` [62] и действительна только для этой конфигурации. Применение её к событиям, для генерации которых применялась программа HERWIG, может существенно изменить величину m_t . Однако, если бы для калибровки JES применялся генератор HERWIG, это влияние бы отсутствовало. Для исключения такого двойного счёта источников погрешности, была проведена оценка ошибки от адронизации и сопутствующих событий с помощью метода матричного элемента, понимая под \mathbf{x} импульсы струй на уровне частиц, для которых установлено соответствие восстановленным струям в пространстве (η, ϕ) . Кроме того, для этой оценки проводилось перевзвешивание событий для достижения согласия распределения $p_T^{t\bar{t}}$ со связкой ALPGEN и HERWIG.

Возможное влияние рекомбинации цвета (CR) на m_t оценивалось путём сравнения событий, полученных связкой генераторов ALPGEN + PYTHIA с использованием наборов параметров Perugia 2011NOCR и Perugia 2011 [69],

последняя из которых содержит явную модель рекомбинации цвета.

Остаточная погрешность значения JES, возникающая как следствие возможной зависимости JES от (p_T, η) , оценивалась путём изменения импульса струи, зависящего от (p_T, η) на величину, равную верхнему пределу ошибки JES, нижнему пределу ошибки JES, и линейной аппроксимации в пределах неопределённости JES. Максимальное отклонение получаемого значения m_t принималось за значение величины систематической погрешности.

Отдельные калибровки, позволяющие учесть различия в отклике детектора на струи, порождённые глюоном, b -кварком или лёгким (u, d, c, s) кварком, применяются при оценке коррекций JES [62], и влияние этих калибровок на m_t оценивается путём их изменения в пределах соответствующих погрешностей. Эта погрешность позволяет учесть различие в отклике детектора на струи, порождённые b -кварком или одним из лёгких кварков.

Для оценки погрешности моделирования b -меток, дифференциальные поправки, зависящие от (p_T, η) и позволяющие привести в согласие с данными эффективность b -мечения изменялись в пределах своих погрешностей.

Влияние неточности моделирования событий с высокой множественностью струй оценивалось путём назначения 100% погрешности вкладу таких событий в выборку данных, т.е. исключая их при получении альтернативной калибровки.

Для оценки влияния погрешности определения доли сигнала использовались псевдоэксперименты, доля сигнала в которых изменялась на $\pm 5\%$ относительно измеренного значения f , что примерно соответствует систематической ошибке значения сечения рождения пары $t\bar{t}$, измеренного в эксперименте DØ, без учёта погрешности интегральной светимости [70].

§2.5. Моделирование ISR/FSR

В силу экспериментальных трудностей и ограниченности статистики прямое использование $t\bar{t}$ событий для изучения эффектов ISR/FSR на Тэватроне невозможно. Поэтому был использован другой подход, основанный на изучении событий $Z \rightarrow \ell\ell$. На Тэватроне доминирующим механизмом рождения $t\bar{t}$ пар является кварк-антикварковая аннигиляция, поэтому ISR будет, в основном, связано с излучением глюона кварком и может быть описано функцией расщепления $P_{q \rightarrow qg}$. Партоны в конечном состоянии процесса рождения $t\bar{t}$ пары на древесном уровне также являются кварками, поэтому FSR будет описываться той же функцией $P_{q \rightarrow qg}$. Рождение Z -бозонов на Тэватроне также в основном происходит через кварк-антикварковую аннигиляцию, поэтому можно использовать измерение ISR в событиях $Z \rightarrow \ell\ell$ для установки ограничений на функцию $P_{q \rightarrow qg}$, что в свою очередь позволит оценить влияние ISR и FSR на результат измерения массы топ-кварка.

Этот подход, впервые предложенный в работе [71], был улучшен путём использования переменной ϕ^* («угол между лептонами» — см. ниже) [72], обладающей большей чувствительностью к исследуемому эффекту, чем традиционно используемый $p_T^{\ell\ell}$, и измерения дифференциального сечения $d\sigma(Z \rightarrow \ell\ell)/d\phi^*$ с учётом конечности разрешения детектора, полученного в работе [72] с использованием 7.3 фб^{-1} данных. В отличие от первого измерения [71], эта стратегия позволила проводить прямое сравнение сгенерированных событий с данными.

Переменная ϕ^* определяется как

$$\phi^* = \text{tg}(\phi_{\text{асор}}/2) \sin(\theta_\eta^*),$$

где $\phi_{\text{асор}} = \pi - \Delta\phi^{\ell\ell}$ — компланарный угол, а $\Delta\phi^{\ell\ell}$ — разность азимутальных углов ϕ между лептонами. Переменная θ_η^* является мерой угла рассеяния

лептонов относительно направления пучка протонов в системе центра масс пары лептонов: $\cos(\theta_\eta^*) = \tanh [(\eta^- - \eta^+) / 2]$, где η^- и η^+ — псевдобыстрые положительно и отрицательно заряженного лептона, соответственно.

Очевидно, что переменные ϕ^* и $p_T(l)$ имеют высокую степень корреляции. Это подтверждается рисунком 2.15.

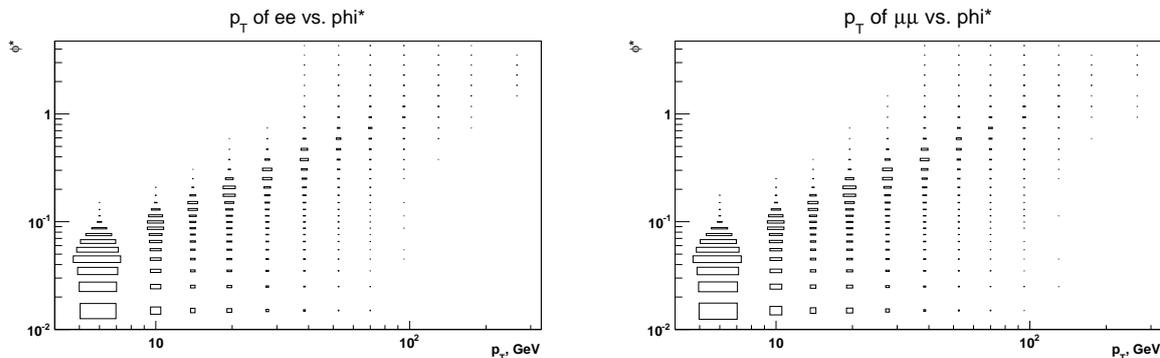


Рис. 2.15. График корреляции переменных $p_T(l)$ и ϕ^* .

Для обеспечения корректности сравнения смоделированных $Z \rightarrow \ell\ell$ событий с данными для генерации использовались те же критерии отбора, что и в работе [72]:

- Отбирались $Z \rightarrow ee$ и $Z \rightarrow \mu\mu$ события с $60 < m_{ll} < 120$ ГэВ/ c^2 .
- Для отбора событий с электронами дополнительно требовалось выполнение условий $p_T(e) > 20$ ГэВ/ c , $|\eta_e| < 1.1$ или $1.5 < |\eta_e| < 3.0$. Здесь, под 4-импульсом электрона понимается сумма 4-импульсов всех электронов и фотонов внутри конуса $\Delta R < 0.2$ вокруг Монте-Карло электрона.
- Для отбора событий с мюонами дополнительно требовалось выполнение условий $p_T(\mu) > 15$ ГэВ/ c , $|\eta_\mu| > 2.0$. Суммирование 4-импульсов в конусе к мюонам не применялось.

Полученные распределения переменной ϕ^* для сгенерированных событий сравнивались с распределениями, полученными в работе [71] на статисти-

ке 7.3 фб^{-1} реальных данных после коррекции эффектов присутствия фона и конечного разрешения детектора.

Исследование проводилось в два этапа. Сначала были получены диапазоны изменения параметров, регулирующих величину излучения в генераторе PYTHIA, работающем в независимом режиме, согласующиеся с реальными данными $Z \rightarrow \ell\ell$. Это позволило убедиться в согласии результатов, полученных с использованием переменной ϕ^* , с предыдущими результатами, а также сравнить параметры, используемые экспериментом CDF, с данными DØ. Так как в этом измерении используется связка генераторов ALPGEN и PYTHIA, то были изучены способы влияния на генерацию ISR и FSR в этой связке, и по аналогии с первым пунктом получен диапазон значений параметров, наилучшим образом описывающий данные.

§2.5.1. Настройка генератора PYTHIA

Параметрами, регулирующими излучение из начального состояния в Монте-Карло генератора PYTHIA, являются PARP(61) (Λ_{QCD}) и PARP(64) (к-фактор, применяемый к α_s при моделировании эволюции партонного ливня). Начальные (номинальные) значения параметров были взяты из наборов (tunes) DØ TuneA (модификации стандартного TuneA, разработанного для эксперимента DØ) и tune DW [46]. Эти значения, а также результаты подбора значений (вариаций «вверх» и «вниз») приведены в таблице 2.6. Сравнение предсказаний генератора PYTHIA для набора tune DW (номинальные значения) и варьированных показано на рисунке 2.16. Для сравнения, на рисунке 2.17 показаны распределения, полученные при замене значений параметров на полученные в работе [71] экспериментом CDF. Параметры, полученные CDF, согласуются с экспериментальными данными DØ почти для всего диапазона значений ϕ^* , однако вариация «вверх» выглядит более предпочтительной, чем номиналь-

Набор	PARP(61)			PARP(64)		
	Вверх	Ном.	Вниз	Вверх	Ном.	Вниз
Tune DW	0.500	0.35	0.280	0.70	1.00	1.40
DØ Tune A	0.292	0.25	0.073	0.50	1.00	2.00

Таблица 2.6. Центральные значения параметров, соответствующие номинальному количеству излучения, а также вариации вверх и вниз, для генератора PYTHIA с наборами параметров DØ Tune A и Tune DW.

ное значение.

Стоит заметить, что полученные параметры не могут быть напрямую использованы для $t\bar{t}$ событий, так как для генерации последних применяется связка ALPGEN +PYTHIA и ожидается лучшее описание ISR/FSR за счёт моделирования жёсткого излучения до второго порядка по α_s , выполняемого как часть вычисления матричного элемента процесса жёсткого рассеяния.

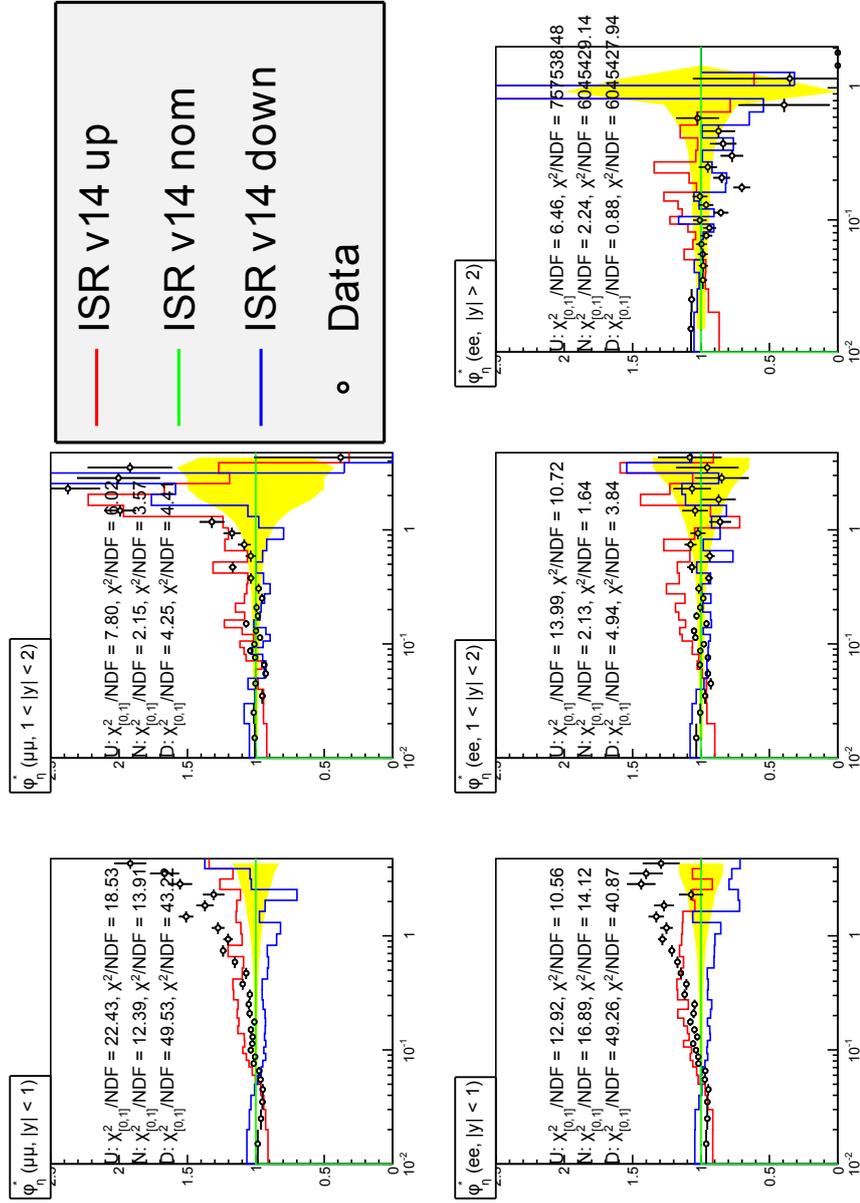


Рис. 2.16. Распределение переменной ϕ^* для событий, сгенерированных программой PUTHA с набором параметров tune Dw. По горизонтали отложено значение ϕ^* , по вертикали отношение $\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\phi^*}$ к номинальному.

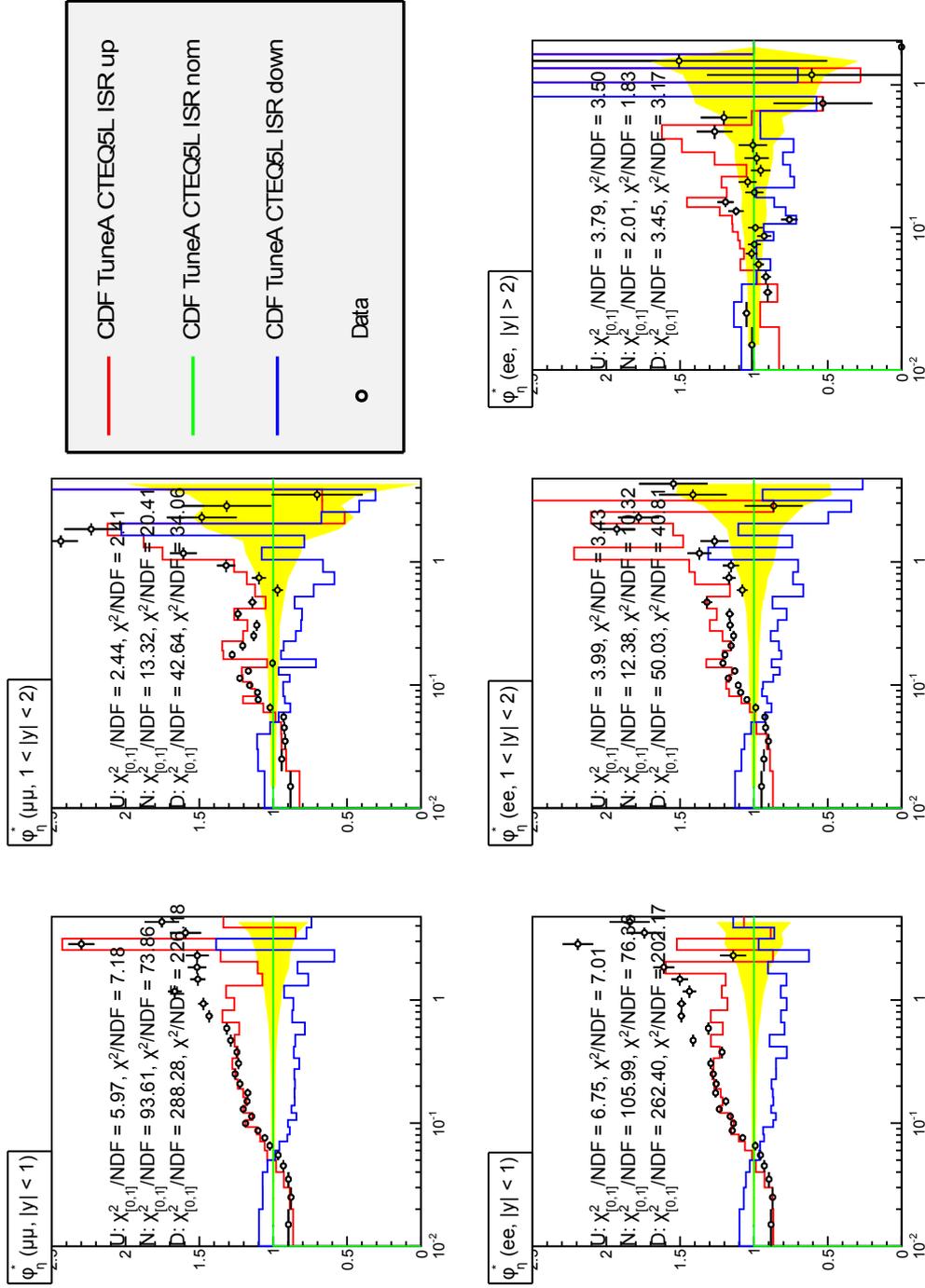


Рис. 2.17. Распределение переменной ϕ_n^* для событий, сгенерированных программой РУТНА с параметрами, полученными экспериментом CDF. По горизонтали отложены значение ϕ_n^* , по вертикали отношение $\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\phi_n^*}$ к номинальному.

§2.5.2. Настройка связки генераторов ALPGEN+PYTHIA

Как уже упоминалось выше, для моделирования $t\bar{t}$ событий используется связка генераторов ALPGEN+PYTHIA, где события до второго порядка по α_s генерируются напрямую из жёсткого матричного элемента для 0,1,2 лёгких партонов (lp). Для генерации $Z \rightarrow \ell\ell$ событий использовались те же параметры. Генератор ALPGEN версии 2.09, которая является стандартной для эксперимента DØ, обладает известным недостатком, приводящим к некорректному моделированию спектра поперечного импульса Z -бозона. Для коррекции этой проблемы применялось перевзвешивание событий в зависимости от p_T^Z , описанное в работе [73]. Как показано на рисунке 2.18, применение этой процедуры позволило восстановить согласие с данными.

«Наивный» подход к изменению параметров, заключающийся в изменении только параметров PYTHIA (Λ_{QCD}) приводит к бессмысленным результатам, так как схема MLM, устанавливающая соответствие между партонным ливнем и вычислением жёсткого матричного элемента, частично компенсирует эти изменения. Поэтому предпочтительным подходом является изменение масштаба соответствия между `ktfac` жёстким матричным элементом и партонным ливнем как предложено в работе [74]. Для связки ALPGEN+PYTHIA, варьирование `ktfac` в 1.5 раза, как показано в таблице 2.7, оказалось достаточным, что продемонстрировано на рисунке 2.19.

ktfac		
Up	Nominal	Down
1.5	1.0	0.67

Таблица 2.7. Центральное значение параметра `ktfac`, соответствующее номинальному количеству ISR/FSR, а также вариации вверх и вниз для ALPGEN+PYTHIA.

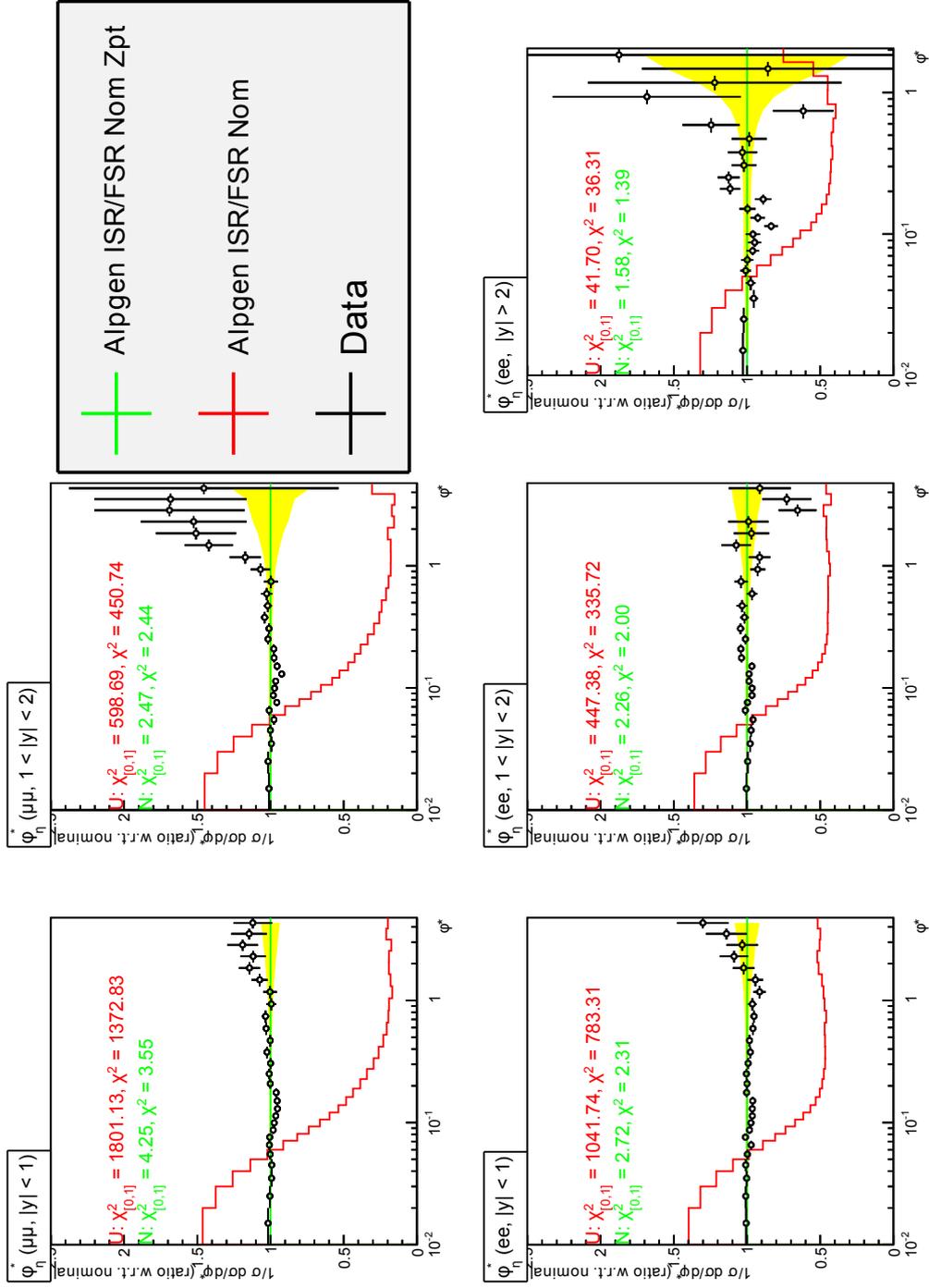


Рис. 2.18. Распределение ϕ^* с и без перевзвешивания по p_T^Z . Подробности в тексте.

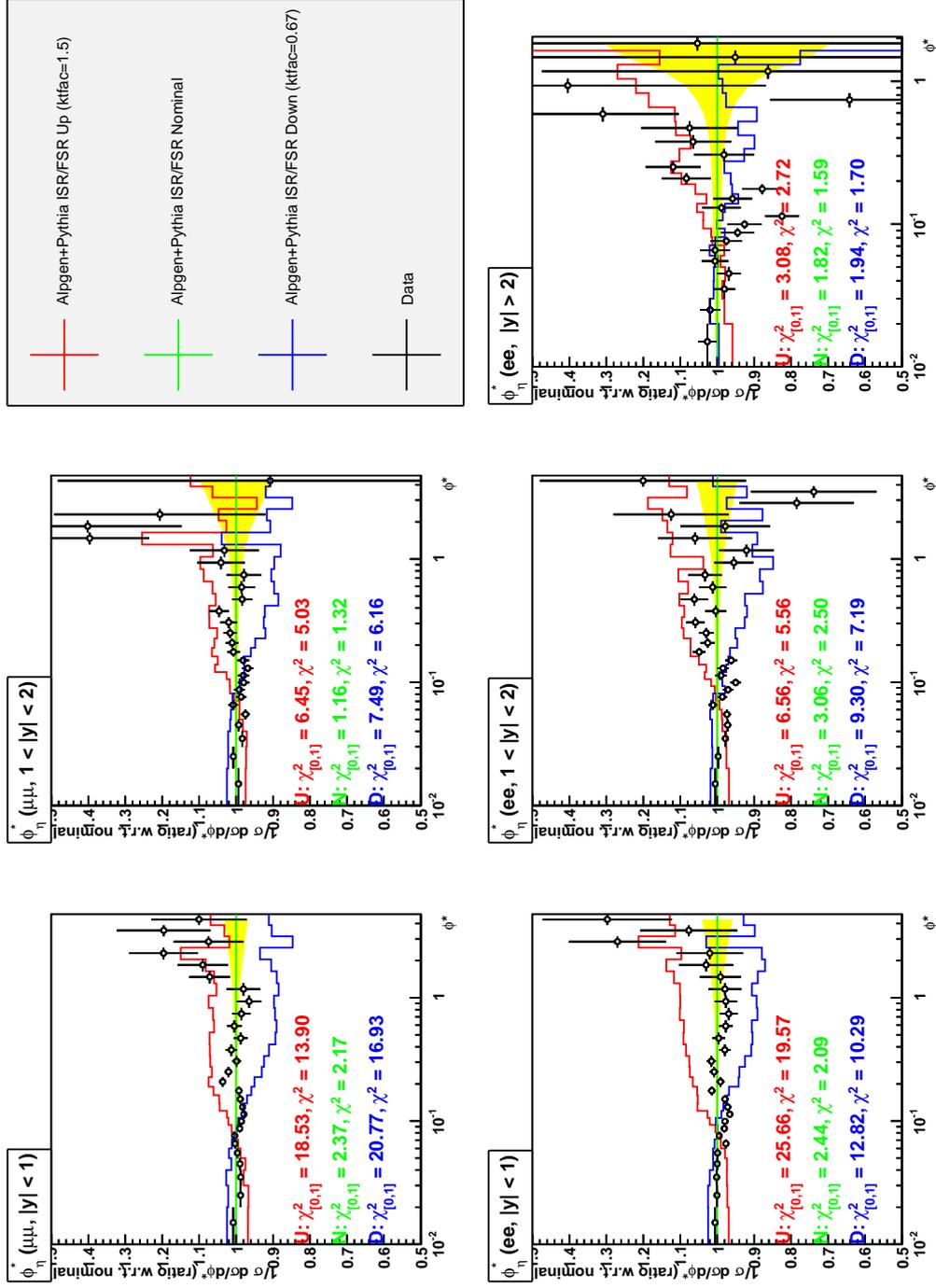


Рис. 2.19. Распределение ϕ_n^* для генераторов ALPGEN + PYTHIA при центральном значении параметра kt_{fac} , а также при варьировании вверх и вниз. Масштаб по оси Y значительно сократился с $[0, 2.5]$ до $[0.5, 1.5]$.

Глава 3

Результаты

В этой главе представлен результат применения метода матричного элемента к полной выборке данных соответствующей сечению 9.7 фб^{-1} (см. §2.3.1). Метод извлечения m_t и k_{JES} , а также соответствующих погрешностей описан в §2.2. Калибровка, полученная в §2.2.2.4 и §2.2.2.5, применялась к извлечённым результатам путём замены переменных m_t и k_{JES} в выражении для правдоподобия новыми переменными m'_t и k'_{JES} , определёнными из параметров p_0 и p_1 аппроксимации калибровочных кривых, по следующим формулам:

$$m'_t = \frac{(m_t - 172.5 \text{ ГэВ}) - p_0^{m_t}}{p_1^{m_t}} + 172.5 \text{ ГэВ}/c^2,$$

$$k'_{\text{JES}} = \frac{(k_{\text{JES}} - 1) - p_0^{k_{\text{JES}}}}{p_1^{k_{\text{JES}}}} + 1.$$

Для каждой комбинации конечного состояния и периода набора данных проводилась отдельная калибровка. Измеренные значения массы топ-кварка и JES извлекаются из соответствующих распределений правдоподобия с помощью выражений (2.8) и (2.9) после применения калибровки. Извлечённые значения статистических ошибок увеличивались на среднее значение ширины соответствующего распределений пула w_{pull} , т.е. параметр аппроксимации p_0 калибровочной кривой распределения пула:

$$\sigma'(m'_t) = \sigma(m'_t) \times w_{\text{pull}}(m_t),$$

$$\sigma'(k'_{\text{JES}}) = \sigma(k'_{\text{JES}}) \times w_{\text{pull}}(k_{\text{JES}}).$$

Результирующие распределения правдоподобия величин m_t и k_{JES} показаны на рисунках 3.1 – 3.4, соответственно.

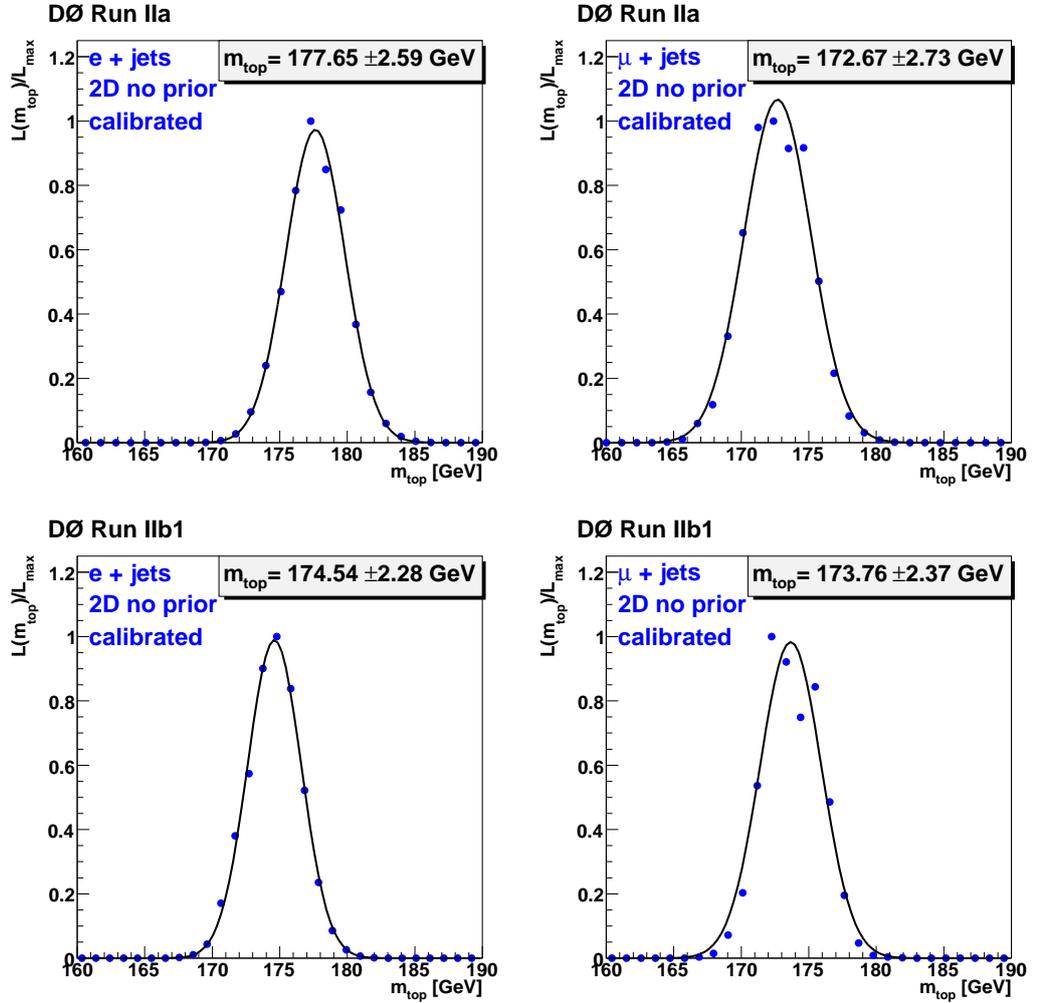


Рис. 3.1. Проекция величины $L(m_t, k_{\text{JES}})$ на ось m_t , показанная после всех калибровок для конечного состояния $e + \text{jets}$ (левый столбец) и $\mu + \text{jets}$ (правый столбец). Результаты показаны для периодов набора данных Run IIa (верхний ряд) и Run IIb1 (нижний ряд). Погрешность на этих диаграммах увеличена на величину $w_{\text{pull}}(m_t)$ (см. рис. 2.11–2.14).

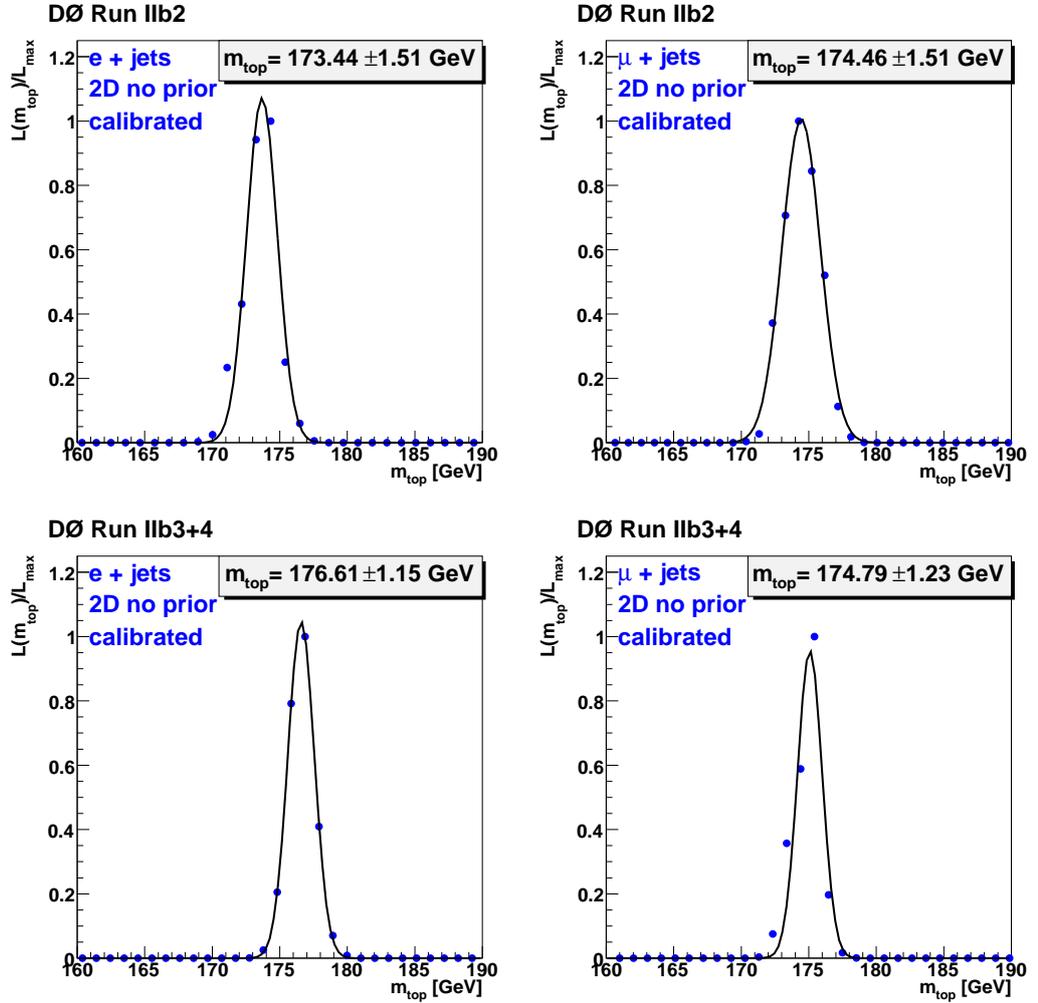


Рис. 3.2. Проекция величины $L(m_t, k_{\text{JES}})$ на ось m_t , показанная после всех калибровок для конечного состояния $e + \text{jets}$ (левый столбец) и $\mu + \text{jets}$ (правый столбец). Результаты показаны для периодов набора данных Run IIb2 (верхний ряд) и Run IIb3+4 (нижний ряд). Погрешность на этих диаграммах увеличена на величину $w_{\text{pull}}(m_t)$ (см. рис. 2.11–2.14).

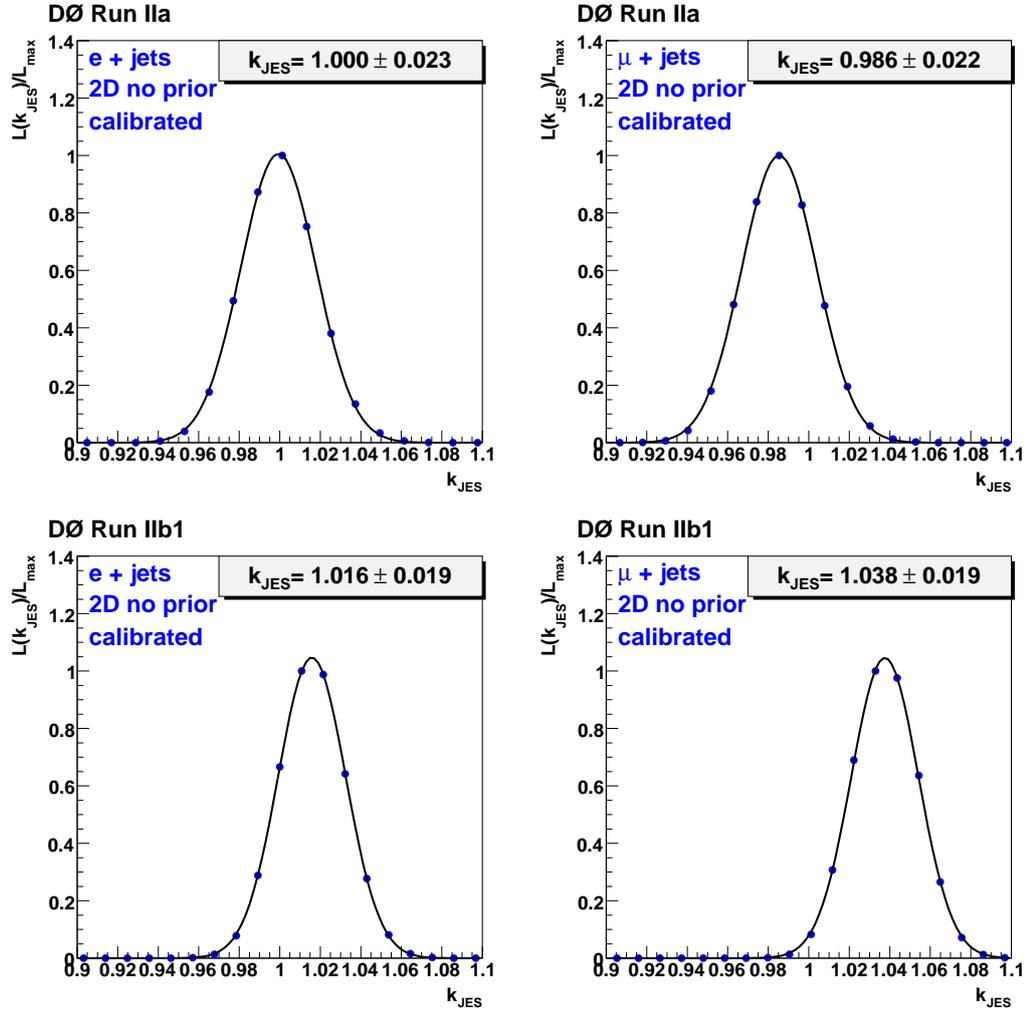


Рис. 3.3. Проекция величины $L(m_t, k_{\text{JES}})$ на ось k_{JES} , показанная после всех калибровок для конечного состояния $e + \text{jets}$ (левый столбец) и $\mu + \text{jets}$ (правый столбец). Результаты показаны для периодов набора данных Run IIa (верхний ряд) и IIb1 (нижний ряд). Погрешность на этих диаграммах увеличена на величину $w_{\text{pull}}(k_{\text{JES}})$ (см. рис. 2.11–2.14).

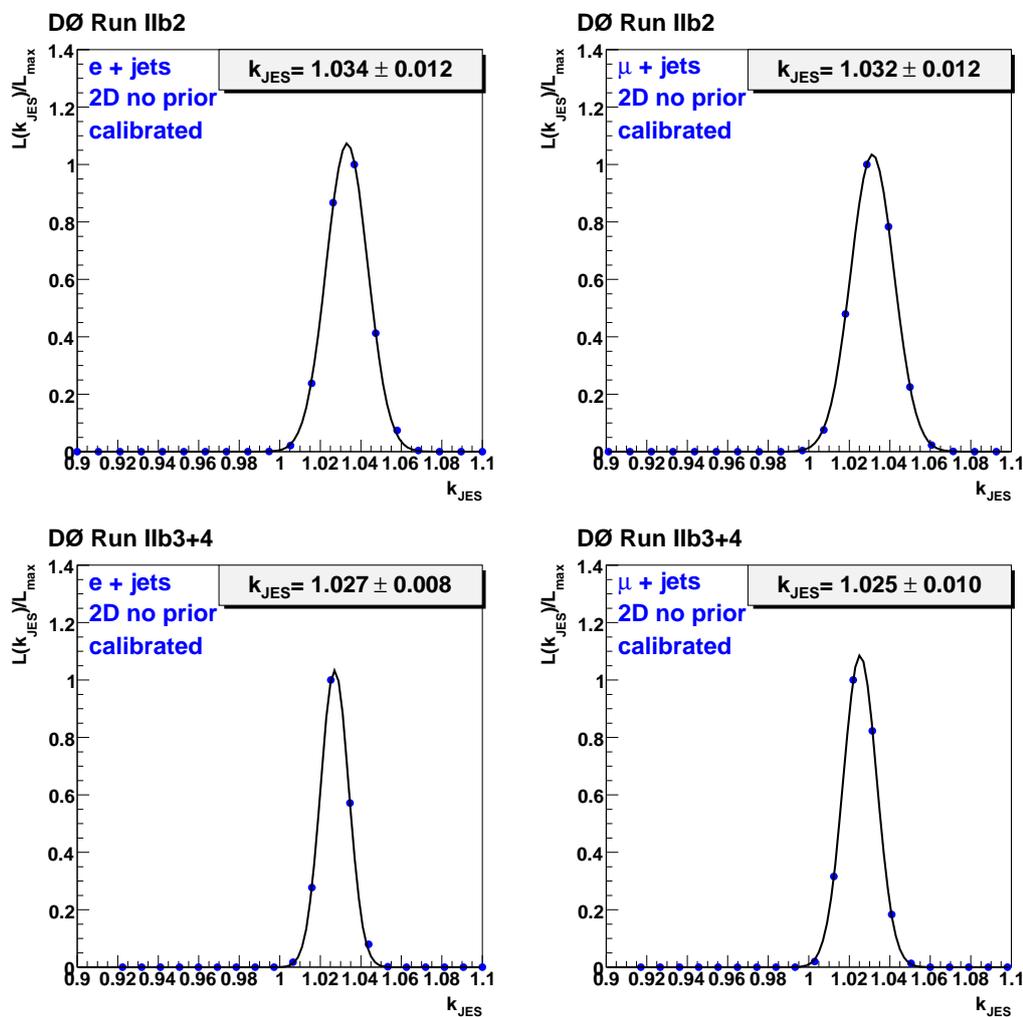


Рис. 3.4. Проекция величины $L(m_t, k_{\text{JES}})$ на ось k_{JES} , показанная после всех калибровок для конечного состояния $e + \text{jets}$ (левый столбец) и $\mu + \text{jets}$ (правый столбец). Результаты показаны для периодов набора данных Run IIb2 (верхний ряд) и Run IIb3+4 (нижний ряд). Погрешность на этих диаграммах увеличена на величину $w_{\text{pull}}(k_{\text{JES}})$ (см. рис. 2.11–2.14).

Обзор результатов измерения m_t и k_{JES} представлен на рисунке 3.5. Для обеих величин размер статистической погрешности уменьшается по мере роста размера выборки данных от периода Run IIa к периоду RunIIb3+4. Величина χ^2/NDF указывает на хорошее согласие между результатами для разных конечных состояний и периодов. Наблюдаемый рост k_{JES} может быть объяснён ростом моментальной светимости Тэватрона, приводящим к нарастанию нагромождения событий (pile-up) внутри конуса струи, что в свою очередь приводит к увеличению величины k_{JES} , определяемой из *in-situ* калибровки.

Окончательные результаты измерения m_t и k_{JES} для полной выборки событий были получены из отдельных результатов для разных конечных состояний и периодов путём усреднения их с весами, равными соответствующим погрешностям.

После применения этой процедуры, были получены следующие значения:

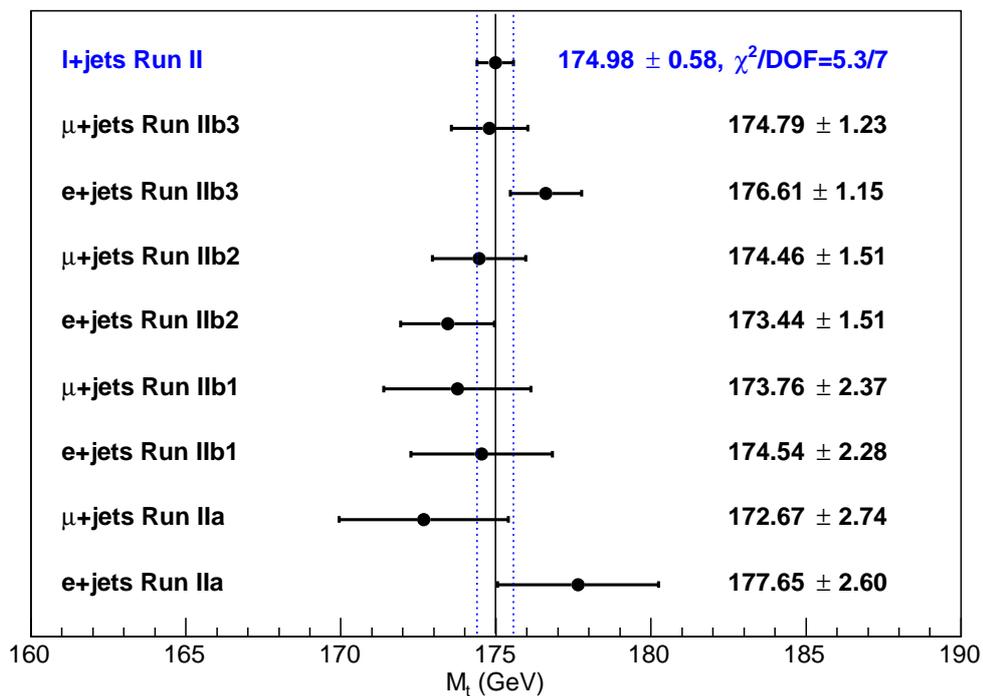
$$\begin{aligned}
 \ell + \text{jets} : \quad m_t &= 174.98 \pm 0.58 \text{ (стат+JES) ГэВ}/c^2, \\
 &k_{\text{JES}} = 1.025 \pm 0.005 \text{ (стат)}; \\
 e + \text{jets} : \quad m_t &= 175.55 \pm 0.81 \text{ (стат+JES) ГэВ}/c^2; \\
 &k_{\text{JES}} = 1.026 \pm 0.006 \text{ (стат)}; \\
 \mu + \text{jets} : \quad m_t &= 174.36 \pm 0.84 \text{ (стат+JES) ГэВ}/c^2. \\
 &k_{\text{JES}} = 1.025 \pm 0.007 \text{ (стат)};
 \end{aligned}$$

Результаты в каналах $e+\text{jets}$ и $\mu+\text{jets}$ совместимы на уровне 1σ с P -значением¹ равным 0.30. Распределения соответствующих двумерных правдоподобий в координатах (m_t, k_{JES}) показаны на рисунке 3.6.

В качестве дополнительной проверки было получено значение m_t в предположении $k_{\text{JES}} = 1$, т.е. m_t было извлечено из одномерного правдоподобия

¹ P -значение (англ. P-value) — величина, используемая при тестировании статистических гипотез. Фактически это вероятность ошибки при отклонении нулевой гипотезы («ошибки первого рода»).

DØ preliminary, l+jets, 9.7 fb⁻¹



DØ preliminary, l+jets, 9.7 fb⁻¹

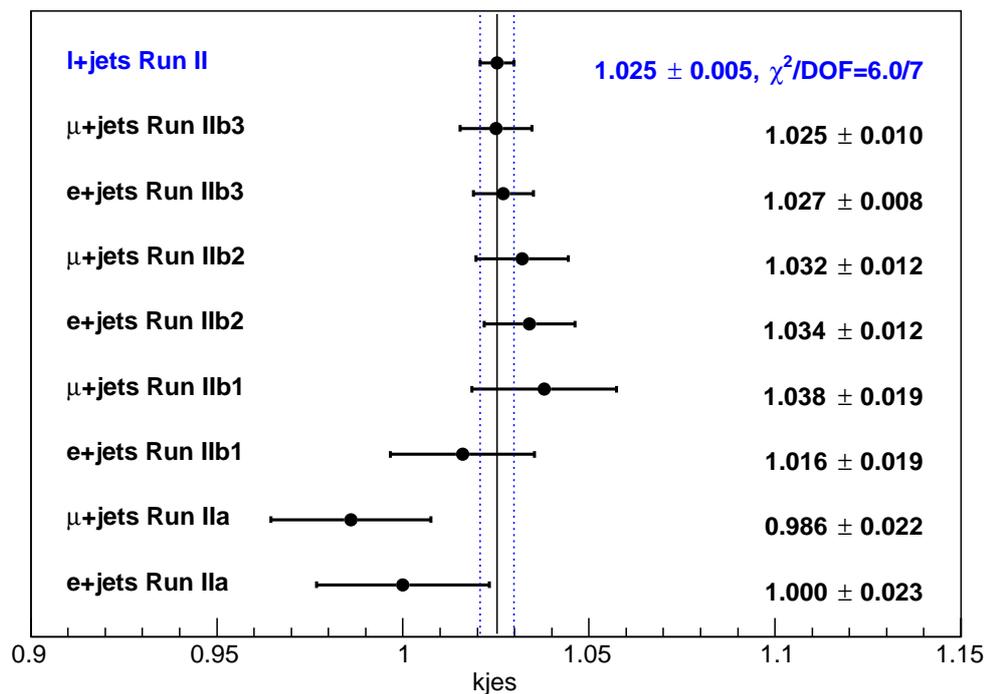


Рис. 3.5. Обзор измеренных значений m_t (вверху) и k_{JES} (внизу) для различных конечных состояний и периодов набора данных.

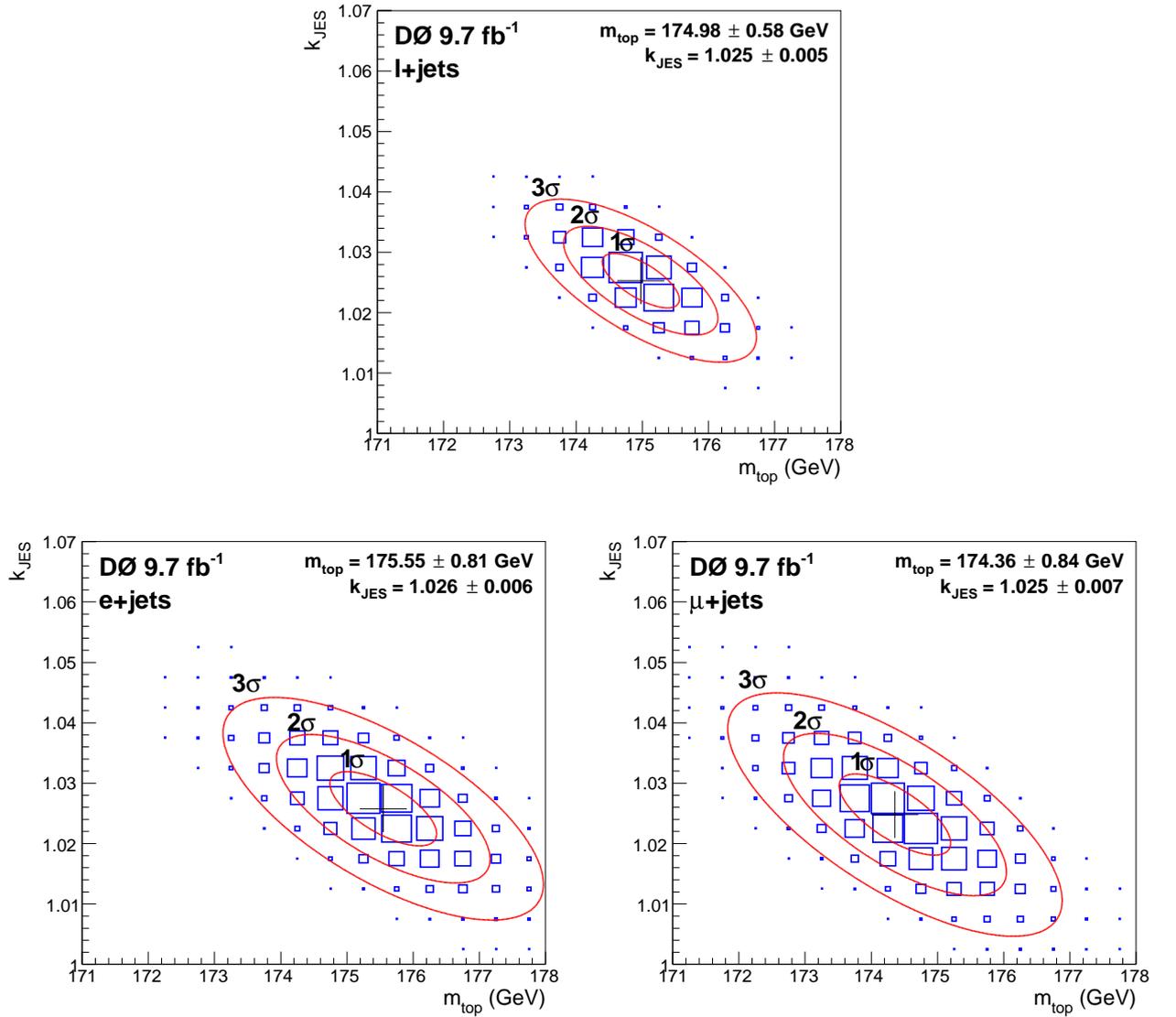


Рис. 3.6. Распределения двумерных правдоподобий в координатах (m_t, k_{JES}) : общее (сверху) и отдельно для разных конечных состояний (снизу). Эллипсы соответствуют уровням доверия 1,2,3 σ CL в предположении, что погрешности распределены по гауссу. Типичное значение корреляции между m_t и k_{JES} равно -70%.

$L(m_t) \equiv L(m_t, k_{\text{JES}} = 1)$ для величины m_t , которое соответствует вычислению профиля распределения на рисунке 3.6 для значения $k_{\text{JES}} = 1$. После калибровки было получено следующее значение:

$$\ell + \text{jets}, k_{\text{JES}} = 1 : m_t = 176.88 \pm 0.41 \text{ (стат)} \text{ ГэВ}/c^2.$$

Измеренное центральное значение согласуется с полученным выше с учётом

высокой корреляции между m_t и k_{JES} . Погрешность значения в этом случае является чисто статистической и не содержит вклада от погрешности k_{JES} , поэтому конечный результат может также быть записан в следующем виде:

$$m_t = 174.98 \pm 0.41 \text{ (стат)} \pm 0.41 \text{ (JES)} \text{ ГэВ}/c^2.$$

§3.1. Сравнение с предыдущим анализом

Полученный результат можно сравнить с полученным в предыдущих анализах [75] (данные периода RunIIa, 1 фб^{-1}) и [5] (только данные RunIIb, 2.6 фб^{-1}). Для удобства сравнения приведём эти результаты в следующем виде:

$$\begin{aligned} \ell + \text{jets}, 1 \text{ фб}^{-1} & : m_t = 172.74 \pm 1.76 \text{ (стат+JES)} \text{ ГэВ}/c^2, \\ & k_{\text{JES}} = 1.030 \pm 0.017 \text{ (стат)}; \\ \ell + \text{jets}, 2.6 \text{ фб}^{-1} & : m_t = 176.01 \pm 1.28 \text{ (стат+JES)} \text{ ГэВ}/c^2, \\ & k_{\text{JES}} = 1.013 \pm 0.008 \text{ (стат)}. \end{aligned}$$

Хотя прямое сравнение результатов для периода Run IIa не представляет проблемы, ситуация с результатом на статистике 2.6 фб^{-1} сложнее, так как он соответствует выборке больше, чем Run IIb1 (1.2 фб^{-1}), но меньше, чем Run IIb1+2 (4.2 фб^{-1}). Для периода Run IIa полученное значение массы $m_t^{\ell+\text{jets}} = 175.29 \pm 1.88 \text{ ГэВ}/c^2$ согласуется с предыдущим результатом на уровне 1 стандартного отклонения, что соответствует Р-значению 32% (в упрощающем предположении независимости измерений и с учётом только статистической составляющей погрешности). Аналогично, для периода Run IIb1 полученное значение $m_t^{\ell+\text{jets}} = 174.17 \pm 1.64 \text{ ГэВ}/c^2$ согласуется с предыдущим результатом на уровне 0.9 стандартного отклонения, что соответствует Р-значению 42%. Величины статистических ошибок также находятся в хорошем согласии с предыдущими измерениями. Необходимо заметить, что в

обоих предыдущих измерениях полученное значение k_{JES} было больше единицы.

Таким образом видно, что полученные в предыдущих измерениях на статистике 1 фб^{-1} и 2.6 фб^{-1} значения m_t согласуются с результатом, полученным в данном анализе.

§3.2. Сравнение со средним результатом измерений на Тэватроне

Можно провести сравнение результата, полученного в данной работе, со средним результатом измерений, сделанных на Тэватроне: $m_t = 173.2 \pm 0.87 \text{ ГэВ}/c^2$ [76]. В предположении отсутствия корреляции между измерениями и рассматривая только статистическую составляющую погрешности этого измерения и полную погрешность комбинации измерений было получено согласие на уровне 1.7 стандартного отклонения, что соответствует Р-значению около 3.3%.

§3.3. Сравнение со среднемировым значением

Можно провести сравнение результата, полученного в данной работе, со среднемировым результатом $m_t = 173.34 \pm 0.76 \text{ ГэВ}/c^2$ [4], в предположении отсутствия корреляции с ним. Рассматривая только статистическую составляющую погрешности этого измерения и полную погрешность комбинации измерений было получено согласие на уровне 1.71 стандартного отклонения, что соответствует Р-значению около 3.1%.

Заключение

Диссертационная работа посвящена измерению массы топ-кварка в событиях распада пары $t\bar{t}$ на $\ell + \text{jets}$ с одновременной калибровкой энергии струи. Автор принимал участие на всех стадиях эксперимента: от набора статистики, где автор отвечал за систему приёма данных и контроля их качества, а также за работу калориметров и мюонной системы, до анализа и обработки экспериментальных данных.

В рамках данного анализа автором, в частности, были получены новые значения диапазона изменения параметра `ktfac` Монте-Карло генератора ALPGEN, регулирующего излучение из начального и конечного состояний, необходимого для описания поведения излучения в данных. Это позволило снизить вклад этой ошибки в результат измерения с 0.26 ГэВ до 0.09 ГэВ

Также были исследованы способы ускорения численного интегрирования методом Монте-Карло, а именно применение квазислучайных чисел вместо псевдослучайных, что позволило ускорить вычисления на два порядка. Это, в свою очередь, позволило использовать выборки большего объёма для проведения ансамблевого тестирования, и, как следствие, сократить величины соответствующих систематических ошибок.

При участии автора было проведено исследование влияния различных моделей адронизации и сопутствующих событий, а также моделирования рекомбинации цвета на измеряемую массу.

Используя данные, соответствующие интегральной светимости 9.7 фб^{-1} , набранные экспериментом D0 в ходе сеанса RunII на коллайдере Тэватрон, было получено следующее значение массы топ-кварка:

$$m_t = 174.98 \pm 0.58 \text{ (стат + JES)} \pm 0.49 \text{ (сист)} \text{ ГэВ, или}$$

$$m_t = 174.98 \pm 0.76 \text{ ГэВ.}$$

Полученное значение можно сравнить со среднемировым значением [4], полученным в марте 2014 года путём комбинации результатов экспериментов ATLAS, CDF, CMS и DØ:

$$m_t = 173.34 \pm 0.76 \text{ ГэВ}$$

Представленные результаты имеют одинаковую точность. В предположении отсутствия корреляции между результатами и рассматривая только статистическую составляющую погрешности этого измерения и полную погрешность комбинации измерений, полученный результат согласуется со среднемировым на уровне 1.71 стандартного отклонения. В этом же приближении оценка нового среднемирового значения m_t с учётом полученного результата составит $174.16 \pm 1.08 \text{ ГэВ}$.

В заключение автор считает своим приятным долгом поблагодарить научного руководителя диссертации академика РАН Сергея Петровича Денисова за постановку задачи и постоянное доброжелательное отношение к исследованиям, которые легли в основу диссертации.

Автор также весьма признателен Д. Денисову, О. Брандту и участникам топ-группы эксперимента DØ за активное участие в исследованиях по теме диссертации и их вклад в анализ экспериментальных данных.

Автор благодарен руководству ГНЦ ИФВЭ за поддержку нашего участия в экспериментальной программе DØ, в рамках которой выполнена настоящая диссертация, а также сотрудникам ускорительных и технических подразделений лаборатории им. Ферми, чёткая работа которых сделала возможным получение такого объёма качественных данных.

И наконец автор благодарит своих родителей за неоценимую моральную поддержку на протяжении всего периода подготовки этого результата.

Литература

1. Abe F., *u dp.* Observation of top quark production in $\bar{p}p$ collisions // Phys.Rev.Lett. 1995. Vol. 74. Pp. 2626–2631. arXiv:hep-ex/9503002.
2. Abachi S., *u dp.* Observation of the top quark // Phys.Rev.Lett. 1995. Vol. 74. Pp. 2632–2637. arXiv:hep-ex/9503003.
3. Heinemeyer S., Kraml S., Porod W., Weiglein G. Physics impact of a precise determination of the top quark mass at an e^+e^- linear collider // Journal of High Energy Physics. 2003. Vol. 2003, no. 09. P. 075.
4. First combination of Tevatron and LHC measurements of the top-quark mass. arXiv:1403.4427 [hep-ex].
5. Abazov V. M., *u dp.* Precise measurement of the top-quark mass from lepton+jets events at DØ // Phys.Rev. 2011. Vol. D84. P. 032004. arXiv:1105.6287 [hep-ex].
6. URL: <http://matras.itep.ru/npd2k11/programm9.htm>.
7. URL: http://www.icssnp.mephi.ru/content/file/section1/8_01_razumov_top_mass_ras.pdf.
8. URL: <https://indico.ihep.ru/indico/contributionDisplay.py?contribId=37&sessionId=1&confId=94>.
9. URL: <http://www.nrcki.ru/files/Kurchatovschoolprogram.pdf>.
10. Abazov M., V. *u dp.* Precision Measurement of the Top Quark Mass in Lepton+Jets Final States // Phys. Rev. Lett. 2014. Vol. 113. P. 032002. URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.113.032002>.

11. Abazov V., *u dp.* The Upgraded DØ detector // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2006. Vol. A565. Pp. 463–537. [arXiv:physics.ins-det/0507191](https://arxiv.org/abs/physics.ins-det/0507191).
12. Kajfasz E. The DØ silicon microstrip tracker for Run IIa // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2003. Vol. 511, no. 1-2. Pp. 16 – 19.
13. The DØ Upgrade Collaboration. The DØ Upgrade Central Fiber Tracker.: Tech. rep.: Fermilab, 1999. URL: http://d0server1.fnal.gov/users/stefan/www/CFT_TDR/CFT_TDR.ps.
14. Brzezniak J., *u dp.* Conceptual design of a 2-Tesla superconducting solenoid for the Fermilab DØ detector upgrade. FERMILAB-TM-1886.
15. Adams M., *u dp.* Design Report of Central Preshower Detector for the DØ Upgrade: Tech. rep.: Fermilab, 1996. URL: <http://d0server1.fnal.gov/users/qianj/CPS/doc/dn3104.pdf>.
16. Gordeev A., *u dp.* Technical Design Report of the Forward Preshower Detector for the DØ Upgrade: Tech. rep.: Fermilab, 1998. URL: http://www-d0.fnal.gov/~lucotte/PUBLI/tdr_fps.pdf.
17. Kotcher J. Design, performance, and upgrade of the DØ calorimeter (DØ note 2417). URL: <http://www-d0.fnal.gov/hardware/cal/notes/d0-note2417.pdf>.
18. Abazov V., Acharya B. S., Alexeev G. et al. The Muon system of the Run II DØ detector // Nucl. Instrum. Meth. 2005. Vol. A552. Pp. 372–398. [arXiv:physics.ins-det/0503151](https://arxiv.org/abs/physics.ins-det/0503151).

19. Abolinsand M., *u dp.* DØ Run II Level 1 Trigger Framework Technical Design Report: Tech. rep.: Fermilab, 1998. URL: http://www.pa.msu.edu/hep/d0/ftp/11/framework/11fw_tdr_05june98.txt.
20. Edmunds D., *u dp.* Technical Design Report for the Level 2 Global Processor: Tech. rep.: Fermilab, 1998. URL: http://www.pa.msu.edu/hep/d0/ftp/12/overview/globaltdr/global_tdr.pdf.
21. Boehnlein A., *u dp.* Description of DØ L3 Trigger software components: Tech. rep.: Fermilab, 1999.
22. Griffiths D. Introduction to Elementary Particles. John Wiley & Sons, 1987.
23. Glashow S. L. Partial Symmetries of Weak Interactions // Nucl. Phys. 1961. Vol. 22. Pp. 579–588.
24. Weinberg S. A Model of Leptons // Phys. Rev. Lett. Vol. 19. Pp. 1264–1266.
25. Salam A., Ward J. C. Electromagnetic and weak interactions // Phys.Lett. 1964. Vol. 13. Pp. 168–171.
26. Greenberg O. W. Spin and Unitary-Spin Independence in a Paraquark Model of Baryons and Mesons // Phys. Rev. Lett. Vol. 13. Pp. 598–602.
27. Han M. Y., Nambu Y. Three-Triplet Model with Double SU(3) Symmetry // Phys. Rev. Vol. 139. Pp. B1006–B1010.
28. Gross D. J., Wilczek F. Ultraviolet Behavior of Non-Abelian Gauge Theories // Phys. Rev. Lett. Vol. 30. Pp. 1343–1346.
29. Politzer H. D. Reliable Perturbative Results for Strong Interactions? // Phys. Rev. Lett. Vol. 30. Pp. 1346–1349.

30. Schwinger J. Selected Papers on Quantum Electrodynamics. Dover Publications Inc., 2003.
31. Goldstone J., Salam A., Weinberg S. Broken Symmetries // Phys. Rev. Vol. 127. Pp. 965–970.
32. Higgs P. W. Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons // Phys. Rev. Lett. Vol. 13. Pp. 508–509.
33. Englert F., Brout R. Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons // Phys. Rev. Lett. Vol. 13. Pp. 321–323.
34. Sirlin A. Radiative corrections in the $SU(2)_L \times U(1)$ theory: A simple renormalization framework // Phys. Rev. D. Vol. 22. Pp. 971–981.
35. Peskin M. E., Schroeder D. V. An Introduction to Quantum Field Theory. Westview Press, 1995.
36. Moch S., Uwer P. Theoretical status and prospects for top-quark pair production at hadron colliders // Phys.Rev. 2008. Vol. D78. P. 034003. arXiv:0804.1476 [hep-ph].
37. Cabibbo N. Unitary Symmetry and Leptonic Decays // Phys. Rev. Lett. 1963. Vol. 10. Pp. 531–533.
38. Kobayashi M., Maskawa T. CP Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction // Prog. Theor. Phys. 1973. Vol. 49. Pp. 652–657.
39. Beringer J., *u dp.* Review of Particle Physics (RPP) // Phys.Rev. 2012. Vol. D86. P. 010001.
40. Jezabek M., Kuhn J. QCD corrections to semileptonic decays of heavy quarks // Nuclear Physics B. 1989. Vol. 314, no. 1. Pp. 1 – 6.

41. Smith M. C., Willenbrock S. S. Top-quark Pole Mass // Phys. Rev. Lett. Vol. 79. Pp. 3825–3828.
42. 't Hooft G. Dimensional regularization and the renormalization group // Nucl.Phys. 1973. Vol. B61. Pp. 455–468.
43. Weinberg S. New approach to the renormalization group // Phys.Rev. 1973. Vol. D8. Pp. 3497–3509.
44. Fleischer J., Jegerlehner F., Tarasov O., Veretin O. Two-loop QCD corrections of the massive fermion propagator // Nuclear Physics B. 1999. Vol. 539, no. 3. Pp. 671 – 690.
45. Mangano M. L., Moretti M., Piccinini F. et al. ALPGEN, a generator for hard multiparton processes in hadronic collisions // JHEP. 2003. Vol. 0307. P. 001. arXiv:hep-ph/0206293.
46. Sjostrand T., Mrenna S., Skands P. Z. PYTHIA 6.4 Physics and Manual // JHEP. 2006. Vol. 0605. P. 026. arXiv:hep-ph/0603175.
47. Buckley A., Butterworth J., Gieseke S. et al. General-purpose event generators for LHC physics // Phys.Rept. 2011. Vol. 504. Pp. 145–233. arXiv:1101.2599 [hep-ph].
48. Abazov V. M., *u dp.*. Determination of the pole and \overline{MS} masses of the top quark from the $t\bar{t}$ cross section // Phys.Lett. 2011. Vol. B703. Pp. 422–427. arXiv:1104.2887 [hep-ex].
49. Pumplin J., Stump D., Huston J. et al. New generation of parton distributions with uncertainties from global QCD analysis // JHEP. 2002. Vol. 0207. P. 012. arXiv:hep-ph/0201195.

50. Соболев И. М. Численные методы Монте-Карло. Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1973.
51. Sobol' I. M. On the distribution of points in a cube and the approximate evaluation of integrals // {USSR} Computational Mathematics and Mathematical Physics. Vol. 7, no. 4. Pp. 86 – 112. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0041555367901449>.
52. Bratley P., Fox B. L. Algorithm 659: Implementing Sobol's Quasirandom Sequence Generator // ACM Trans. Math. Softw. 1988. Vol. 14, no. 1. Pp. 88–100. URL: <http://doi.acm.org/10.1145/42288.214372>.
53. Berends F. A., Kuijf H., Tausk B., Giele W. On the production of a W and jets at hadron colliders // Nucl.Phys. 1991. Vol. B357. Pp. 32–64.
54. Barlow R. Application of the bootstrap resampling technique to Particle Physics experiments. MAN/HEP/99/4 preprint. URL: <http://www.hep.man.ac.uk/preprints/manhep99-4.ps>.
55. Brent R. P. Algorithms for Minimization Without Derivatives. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1973.
56. Abazov V. M. et al. Measurement of the top quark pair production cross section in the lepton+jets channel in proton-antiproton collisions at $\sqrt{s}=1.96$ TeV // Phys.Rev. 2011. Vol. D84. P. 012008. arXiv:1101.0124 [hep-ex].
57. Demortier L., Lyons L. Everything you always wanted to know about pulls (CDF Note 5776). URL: http://www-cdf.fnal.gov/physics/statistics/notes/cdf5776_pulls.ps.gz.
58. Atkinson K. E. An Introduction to Numerical Analysis. 2nd edition. John Wiley and Sons Ltd, 1989. ISBN: 0471500232.

59. Abazov V. M. et al. Electron and Photon Identification in the DØ Experiment. [arXiv:1401.0029](#) [hep-ex].
60. Abazov V. M. et al. Muon reconstruction and identification with the Run II DØ detector // Nucl.Instrum.Meth. 2014. Vol. A737. Pp. 281–294. [arXiv:1307.5202](#) [hep-ex].
61. Blazey G. C., Dittmann J. R., Ellis S. D. et al. Run II jet physics. [arXiv:hep-ex/0005012](#).
62. Abazov V. M. et al. Jet energy scale determination in the DØ experiment. [arXiv:1312.6873](#) [hep-ex].
63. Jung A. Unfolding of differential ttbar cross section distributions in the ttbar lepton+jets channel (Note 6237).
64. Abazov V. M. et al. Improved b quark jet identification at the DØ experiment. [arXiv:1312.7623](#) [hep-ex].
65. Mangano M. L., Moretti M., Piccinini F., Treccani M. Matching matrix elements and shower evolution for top-quark production in hadronic collisions // JHEP. 2007. Vol. 0701. P. 013. [arXiv:hep-ph/0611129](#).
66. Agostinelli S., Allison J., Amako K. et al. Geant4 — a simulation toolkit // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2003. Vol. 506, no. 3. Pp. 250 – 303.
67. Aaltonen T. et al. Combination of the top-quark mass measurements from the Tevatron collider // Phys.Rev. 2012. Vol. D86. P. 092003. [arXiv:1207.1069](#) [hep-ex].

68. Corcella G., Knowles I., Marchesini G. et al. HERWIG 6: An Event generator for hadron emission reactions with interfering gluons (including supersymmetric processes) // JHEP. 2001. Vol. 0101. P. 010. arXiv:hep-ph/0011363.
69. Skands P. Z. Tuning Monte Carlo Generators: The Perugia Tunes // Phys.Rev. 2010. Vol. D82. P. 074018. arXiv:1005.3457v4 [hep-ph].
70. Abazov V. M. et al. Measurement of differential $t\bar{t}$ production cross sections in $p\bar{p}$ collisions. arXiv:1401.5785 [hep-ex].
71. Kim Y.-K., Yang U.-K. Initial state gluon radiation studies on Drell-Yan data for top-pair production in hadron collider (CDF Note 6804). URL: http://hep.uchicago.edu/~hslee/ISR/cdf6804_ISR_DY.ps.
72. Abazov V. M. et al. Precise study of the Z/γ^* boson transverse momentum distribution in $p\bar{p}$ collisions using a novel technique // Phys.Rev.Lett. 2011. Vol. 106. P. 122001. arXiv:1010.0262 [hep-ex].
73. Shamim M., Bolton T. Generator Level Reweighting of pT of Z Boson (DØ Note 5565).
74. Cooper B., Katzy J., Mangano M. et al. Importance of a consistent choice of $\alpha(s)$ in the matching of AlpGen and Pythia // Eur.Phys.J. 2012. Vol. C72. P. 2078. arXiv:1109.5295 [hep-ph].
75. Abazov V., *u dp.* Precise measurement of the top quark mass from lepton+jets events at DØ // Phys.Rev.Lett. 2008. Vol. 101. P. 182001. arXiv:0807.2141 [hep-ex].
76. Muether M., CDF. Combination of CDF and DO results on the mass of the top quark using up to 8.7/fb at the Tevatron. arXiv:1305.3929 [hep-ex].